

УДК 519.865:338.518

ББК 22.18

РАВНОВЕСИЕ ШТАКЕЛЬБЕРГА-НЭША В МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОГО ГОРОДА

СЕРГЕЙ В. МЕЛЬНИКОВ

Одесский Национальный Морской Университет

65029, Одесса, ул. Мечникова, 34

e-mail: nfn333@ukr.net

В работе [1] исследуется пространственная дуополия фирм в условиях конкуренции Штакельберга, когда одна из фирм является лидером как по объему продукции, так и по местоположению. В данной работе рассматривается случай лидерства только по объему продукции. Найдены равновесные по Штакельбергу-Нэшу ценовые и пространственные стратегии фирм. В ходе анализа устойчивости равновесия доказано, что транспортный тариф является бифуркационным параметром для фирм. Найдено, что изменение стратегии центральной агломерации на стратегию дифференциации происходит в точке транскритической бифуркации. Определены условия полного покрытия рынков для обеих стратегий. Получено, что информационная асимметрия Штакельберга приводит к асимметрии равновесных местоположений фирм.

Ключевые слова: линейный город, агломерация, дифференциация, информационная асимметрия Штакельберга, транскритическая бифуркация.

1. Введение

В поисках решения парадокса Бертрана, Хотеллинг предложил учесть фактор пространства при ценовой конкуренции фирм [11]. В

его модели линейного города конкурируют две фирмы на отрезке с единичным спросом в каждой точке. Фирмы оптимизируют цены и местоположение на отрезке. Транспортные расходы по доставке товара несут потребители. Хотеллинг установил, что в состоянии равновесия фирмы будут минимально дифференцированы в пространстве, так как расположатся в центре. Данный вывод анализа модели со временем превратился в знаменитый принцип минимальной дифференциации.

В дальнейших исследованиях модель Хотеллинга получила развитие по следующим направлениям:

- увеличение числа фирм [4, 5];
- увеличение размерности пространства [12, 13];
- усложнение вида функции транспортных расходов [6, 7];
- обобщение плотности распределения потребителей [8, 14];
- рассмотрение конкуренции Курно [2, 9, 10] и Штакельберга .

В [1] исследуется модель пространственной дуополии [9] в условиях конкуренции Штакельберга, когда одна из фирм является лидером как по объему продукции, так и по местоположению. Такой подход не позволил автору [1] провести анализ устойчивости равновесия. Целью данной статьи является анализ модели пространственной дуополии [9], когда одна из фирм является лидером Штакельберга только по объему продукции.

2. Модель

Две фирмы продают однородные товары на единичном отрезке, в каждой точке которого располагается потребительский рынок x , $x \in [0; 1]$. Расстояния местоположений фирм от нулевой точки равны x_1 и x_2 соответственно. Между фирмами существует асимметрия местоположения, $x_1 \leq x_2$. Каждая фирма несет транспортные расходы t по доставке единицы продукции на единицу расстояния. Арбитраж между потребителями исключен.

Функция спроса на рынке x :

$$p(x) = 1 - q_1(x) - q_2(x),$$

где $p(x)$ – цена на рынке x ; $q_1(x), q_2(x)$ – объемы предложений фирм на рынке x ; минимальная цена, при которой отсутствует спрос (потенциал рынка) равна единице.

Примем, что фирмы поставляют продукцию на все рынки, т.е. $q_1(x) > 0, q_2(x) > 0$.

Прибыли фирм на рынке x :

$$F_1(x) = q_1(x) \cdot (1 - q_1(x) - q_2(x) - t \cdot |x - x_1|) \rightarrow \max_{x_1, q_1(x)},$$

$$F_2(x) = q_2(x) \cdot (1 - q_1(x) - q_2(x) - t \cdot |x - x_2|) \rightarrow \max_{x_2, q_2(x)}.$$

Конкурентная игра состоит из двух этапов. На первом этапе фирмы выбирают свое местоположение. На втором этапе, учитывая решение о местоположении, фирмы выбирают свои объемы предложения. Равновесие модели находится с помощью метода обратной индукции.

2.1. Второй этап

Согласно методу обратной индукции начинаем со второго этапа. Примем, что фирмы оптимизируют объемы предложения в условиях действия информационной асимметрии Штакельберга. Фирма 2 (лидер) знает стратегию фирмы 1 по объему продукции и имеет право первого хода. Фирма 1 (последователь) такой информацией не располагает и принимает решение после лидера.

Из условия первого порядка, $\partial F_1(x)/\partial q_1(x) = 0$, получаем кривую реакции фирмы-последователя:

$$q_1(x) = \frac{1 - q_2(x) - t \cdot |x - x_1|}{2}. \quad (2.1)$$

Фирма-лидер знает кривую реакции последователя (2.1) и инкорпорирует ее в свою функцию прибыли:

$$F_2(x) = \frac{q_2(x) \cdot (1 - q_2(x) - 2 \cdot t \cdot |x - x_2| + t \cdot |x - x_1|)}{2} \rightarrow \max_{x_2, q_2(x)}.$$

Находим равновесные объемы поставок фирм на рынок x :

$$q_1^*(x) = \frac{1 - 3 \cdot t \cdot |x - x_1| + 2 \cdot t \cdot |x - x_2|}{4},$$

$$q_2^*(x) = \frac{1 - 2 \cdot t \cdot |x - x_2| + t \cdot |x - x_1|}{2}.$$

Условия положительности объемов поставок (покрытие всех рынков):

$$q_1^*(x) > 0 \Leftrightarrow t < \frac{1}{3 \cdot |x - x_1| - 2 \cdot |x - x_2|}, \quad (2.2)$$

$$q_2^*(x) > 0 \Leftrightarrow t < \frac{1}{2 \cdot |x - x_2| - |x - x_1|}. \quad (2.3)$$

Подставляя в условие (2.2) значение: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x = 1$ (максимальное значение знаменателя), находим, что при $t < 1/3$ все рынки обслуживаются независимо от местоположения фирм. Подставляя в условие (2.2) значение: $x_1 = 1/2$, $x_2 = 1/2$, $x = 0$ (минимальное значение знаменателя), находим, что при любом местоположении фирм обслуживание всех рынков возможно только при $t < 2$.

Отметим, что в состоянии равновесия местоположения фирм зависят от транспортного тарифа. Поэтому анализ условий (2.2)-(2.3) продолжим после нахождения равновесия.

Равновесные прибыли фирм на рынке x :

$$\begin{aligned} F_1^*(x) &= \frac{(1 - 3 \cdot t \cdot |x - x_1| + 2 \cdot t \cdot |x - x_2|)^2}{16}, \\ F_2^*(x) &= \frac{(1 - 2 \cdot t \cdot |x - x_2| + t \cdot |x - x_1|)^2}{8}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Из (2.4) следует, что соотношение между прибылями лидера и последователя на рынке x зависит от их взаимного расположения относительно рынка x . В случае агломерации или симметричного местоположения относительно рынка x прибыль лидера превышает прибыль последователя ровно в 2 раза, как в классической модели с одним рынком. Более близкое расстояние к рынку усиливает рыночную власть лидера, и наоборот:

$$\text{sign}(F_2^*(x) - 2 \cdot F_1^*(x)) = \text{sign}(|x - x_1| - |x - x_2|).$$

2.2. Первый этап

На первом этапе определяем равновесное местоположение фирм. В дальнейшем анализе примем, что равновесные местоположения фирм подчиняются условию:

$$x_1 \leq 1/2, \quad x_2 \geq 1/2. \quad (2.5)$$

Итак, начнем с фирмы 1. Общая прибыль фирмы 1 на всех рынках:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \int_0^1 F_1^*(x) dx = \int_0^{x_1} F_1^*(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} F_1^*(x) dx + \int_{x_2}^1 F_1^*(x) dx, \\
 16 \cdot F_1 &= \int_0^{x_1} (1 - 3 \cdot t \cdot (x_1 - x) + 2 \cdot t \cdot (x_2 - x))^2 dx + \\
 &\quad + \int_{x_1}^{x_2} (1 - 3 \cdot t \cdot (x - x_1) + 2 \cdot t \cdot (x_2 - x))^2 dx + \\
 &\quad + \int_{x_2}^1 (1 - 3 \cdot t \cdot (x - x_1) + 2 \cdot t \cdot (x - x_2))^2 dx. \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

После интегрирования и тождественных преобразований (2.6), получаем:

$$\begin{aligned}
 16 \cdot F_1 &= \frac{2 \cdot (1 - 2 \cdot t \cdot x_1 + 2 \cdot t \cdot x_2)^3}{5 \cdot t} - \frac{(1 - 3 \cdot t \cdot x_1 + 2 \cdot t \cdot x_2)^3}{3 \cdot t} + \\
 &\quad + \frac{4 \cdot (1 + 3 \cdot t \cdot x_1 - 3 \cdot t \cdot x_2)^3}{15 \cdot t} - \frac{(1 - t + 3 \cdot t \cdot x_1 - 2 \cdot t \cdot x_2)^3}{3 \cdot t}.
 \end{aligned}$$

Оптимальное местоположение определяется из необходимого условия:

$$\begin{aligned}
 \frac{16}{3 \cdot t} \cdot \frac{\partial F_1}{\partial x_1} &= 4 \cdot t \cdot x_1^2 - 2 \cdot x_1 \cdot (2 + 4 \cdot t \cdot x_2 - 3 \cdot t) + \\
 &\quad + 4 \cdot t \cdot x_2 \cdot (x_2 - 1) + 2 - t = 0. \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

Достаточное условие существования максимума прибыли фирмы 1:

$$\begin{aligned}
 \frac{8}{3 \cdot t} \cdot \frac{\partial^2 F_1}{\partial x_1^2} &= 4 \cdot t \cdot x_1 - 2 - 4 \cdot t \cdot x_2 + 3 \cdot t < 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x_1 < x_2 - \frac{3 \cdot t - 2}{4 \cdot t}. \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Необходимым условием существования равновесного расположения для фирмы 1 является неотрицательность дискриминанта квадратного уравнения (2.7):

$$D_1 = 4 \cdot (t^2 \cdot (13 - 8 \cdot x_2) - t \cdot (20 - 16 \cdot x_2) + 4) \geq 0. \quad (2.9)$$

Нетрудно убедиться, что $D_1 \geq 0$ при $x_2 \geq 1/2$. Поэтому, в силу условия (2.5), в состоянии равновесия дискриминант (2.9) всегда неотрицателен.

Из необходимого условия (2.9) следует, что вход на рынки для фирмы 1 зависит от местоположения фирмы 2. А это значит, что информационная асимметрия относительно местоположения может привести к монополизации города. Фирма 2, имея преимущество первого хода, может отклониться от равновесного местоположения (условие 2.5) и расположиться слева от центра. В результате фирма 1 не сможет войти на рынки, и фирма 2 монополизует весь город. Поэтому примем, что фирма 2 является лидером только на втором этапе, а на первом этапе, при выборе местоположения, фирмы конкурируют по модели Курно.

Корни квадратного уравнения (2.7) равны:

$$(x_1^*)_1 = x_2 - \frac{3 \cdot t - 2}{4 \cdot t} - \frac{\sqrt{D_1}}{8 \cdot t},$$

$$(x_1^*)_2 = x_2 - \frac{3 \cdot t - 2}{4 \cdot t} + \frac{\sqrt{D_1}}{8 \cdot t}.$$

Корень $(x_1^*)_2$ не удовлетворяет достаточному условию (2.8) и поэтому в дальнейшем не анализируется. Корень $(x_1^*)_1$ при $x_2 > 1/2$ всегда удовлетворяет достаточному условию (2.8), при $x_2 = 1/2$ условие (2.8) выполняется при:

$$\frac{\sqrt{D_1}}{8 \cdot t} > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(3 \cdot t - 2)^2}}{4 \cdot t} > 0 \Leftrightarrow t \neq 2/3.$$

Общая прибыль фирмы 2 на всех рынках:

$$F_2 = \int_0^1 F_2^*(x) dx = \int_0^{x_1} F_2^*(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} F_2^*(x) dx + \int_{x_2}^1 F_2^*(x) dx,$$

$$8 \cdot F_2 = \int_0^{x_1} (1 - 2 \cdot t \cdot (x_2 - x) + t \cdot (x_1 - x))^2 dx +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} (1 - 2 \cdot t \cdot (x_2 - x) + t \cdot (x - x_1))^2 dx +$$

$$+ \int_{x_2}^1 (1 - 2 \cdot t \cdot (x - x_2) + t \cdot (x - x_1))^2 dx. \quad (2.10)$$

После интегрирования и тождественных преобразований (2.10), получаем:

$$8 \cdot F_2 = \frac{2 \cdot (1 - 2 \cdot t \cdot x_2 + 2 \cdot t \cdot x_1)^3}{9 \cdot t} - \frac{(1 - 2 \cdot t \cdot x_2 + t \cdot x_1)^3}{3 \cdot t} + \\ + \frac{4 \cdot (1 + t \cdot x_2 - t \cdot x_1)^3}{9 \cdot t} - \frac{(1 - t + 2 \cdot t \cdot x_2 - t \cdot x_1)^3}{3 \cdot t}.$$

Оптимальное местоположение определяется из необходимого условия:

$$\frac{2}{t} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial x_2} = 2 \cdot (x_2 - x_1) - t \cdot (x_2 - x_1)^2 - (2 - t) \cdot (2 \cdot x_2 - x_1 - 1/2) = 0. \quad (2.11)$$

Достаточное условие существования максимума прибыли фирмы 2:

$$\frac{1}{t} \cdot \frac{\partial^2 F_2}{\partial x_2^2} = t \cdot (1 + x_1 - x_2) - 1 < 0 \Leftrightarrow x_2 > x_1 + \frac{t - 1}{t}. \quad (2.12)$$

Необходимым условием существования равновесного расположения для фирмы 2 является неотрицательность дискриминанта квадратного уравнения (2.11):

$$D_2 = 4 \cdot ((t - 1)^2 + t \cdot (2 - t) \cdot (1/2 - x_1)) \geq 0. \quad (2.13)$$

Нетрудно убедиться, что $D_2 > 0$ при $x_1 \leq 1/2$. Поэтому, в силу условия (2.5), в состоянии равновесия дискриминант (2.13) всегда неотрицателен.

Корни квадратного уравнения (2.11) равны:

$$(x_2^*)_1 = x_1 + \frac{t - 1}{t} - \frac{\sqrt{D_2}}{2 \cdot t},$$

$$(x_2^*)_2 = x_1 - \frac{t - 1}{t} + \frac{\sqrt{D_2}}{2 \cdot t}.$$

Корень $(x_2^*)_1$ не удовлетворяет достаточному условию (2.12) и поэтому в дальнейшем не анализируется. Корень $(x_2^*)_2$ при $x_1 < 1/2$ всегда удовлетворяет достаточному условию (2.12), при $x_1 = 1/2$ условие (2.12) выполняется при:

$$\frac{\sqrt{D_2}}{2 \cdot t} > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(t - 1)^2}}{t} > 0 \Leftrightarrow t \neq 1.$$

Таким образом, получили следующие кривые реакции фирм:

$$x_1 = x_2 + \frac{2 - 3 \cdot t - \sqrt{t^2 \cdot (13 - 8 \cdot x_2) - t \cdot (20 - 16 \cdot x_2) + 4}}{4 \cdot t}, \quad (2.14)$$

$$x_2 = x_1 + \frac{t - 1 + \sqrt{(t - 1)^2 + t \cdot (2 - t) \cdot (1/2 - x_1)}}{t}. \quad (2.15)$$

Для решения системы уравнений (2.14)-(2.15) вводим новую переменную:

$$w = \sqrt{t^2 \cdot (13 - 8 \cdot x_2) - t \cdot (20 - 16 \cdot x_2) + 4}, w \geq 0.$$

Тогда из (2.14) получаем:

$$x_1 = x_2 + \frac{2 - 3 \cdot t - w}{4 \cdot t}, x_2 = \frac{w^2 - 13 \cdot t^2 + 20 \cdot t - 4}{8 \cdot t \cdot (2 - t)}. \quad (2.16)$$

Подставляя (2.16) в (2.15), и решая относительно w , получаем:

$$\begin{aligned} w_1 &= 2 - 3 \cdot t, \\ w_2 &= \frac{7 \cdot t - 2}{3}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Подставляя (2.17) в (2.16), находим решения системы (2.14)-(2.15):

$$x_1^{\text{агл}} = x_2^{\text{агл}} = 1/2, \quad (2.18)$$

$$x_1^{\text{диф}} = \frac{8 - 7 \cdot t}{18 \cdot t}, x_2^{\text{диф}} = \frac{17 \cdot t - 4}{18 \cdot t}. \quad (2.19)$$

Итак, получили две равновесные стратегии местоположения фирм: центральная агломерация и дифференциация.

Из условия $w \geq 0$ следует, что решение (2.18) определено при $t \leq 2/3$, решение (2.19) определено при $t \geq 2/7$. При $t = 1/2$ решения (2.18) и (2.19) совпадают. Из условия относительно местоположения, $x_1 \leq x_2$, следует, что фирмы могут применить стратегию дифференциации только при $t \geq 1/2$.

Завершим анализ условий покрытия рынков (2.2)-(2.3). При стратегии центральной агломерации фирмы могут обслужить все рынки при условии:

$$t < \frac{1}{3 \cdot |x - x_1^{\text{агл}}| - 2 \cdot |x - x_2^{\text{агл}}|} \Leftrightarrow t < 2.$$

При стратегии дифференциации фирмы могут обслужить все рынки при условии:

$$t < \frac{1}{3 \cdot |x - x_1^{\text{диф}}| - 2 \cdot |x - x_2^{\text{диф}}|} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t < \frac{1}{3 \cdot (1 - x_1^{\text{диф}}) - 2 \cdot (1 - x_2^{\text{диф}})} \Leftrightarrow t < \frac{50}{73}.$$

При центральной агломерации фирмы минимизируют общее расстояние перевозок, поэтому возможно полное покрытие при большем транспортном тарифе.

В предыдущих исследованиях [2, 9, 10] доказано, что в равновесии Курно фирмы всегда располагаются симметрично относительно центра. Мы получили, что информационная асимметрия по объему продукции приведет к асимметрии равновесного местоположения фирм. Из (2.19) следует, что в состоянии равновесия фирма-лидер в 2 раза ближе к центру, чем фирма-последователь:

$$1/2 - x_1^{\text{диф}} = 2 \cdot (x_2^{\text{диф}} - 1/2).$$

3. Анализ устойчивости

С целью анализа устойчивости равновесных стратегий (2.18)-(2.19) перейдем от статики к динамике. Примем, что равновесие достигается не мгновенно, а в результате конкурентного взаимодействия фирм в динамике. Для этого рассмотрим кривые реакции (2.14)-(2.15) в виде системы двух разностных уравнений (двумерное отображение):

$$x_1(n+1) = x_2(n) + \\ + \frac{2 - 3 \cdot t - \sqrt{t^2 \cdot (13 - 8 \cdot x_2(n)) - t \cdot (20 - 16 \cdot x_2(n)) + 4}}{4 \cdot t}, \quad (3.1)$$

$$x_2(n+1) = x_1(n) + \frac{t - 1 + \sqrt{(t-1)^2 + t \cdot (2-t) \cdot (1/2 - x_1(n))}}{t},$$

где n – момент времени, $n = 0, 1, 2, \dots$, $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 1$.

Как известно, характер устойчивости неподвижных точек отображений определяется их мультипликаторами. Мультипликаторы являются собственными числами матрицы Якоби в неподвижной точке, и их число равно размерности отображения.

Матрица Якоби отображения (3.1) в неподвижной точке (2.18):

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2 \cdot t}{2-3 \cdot t} \\ -\frac{t}{2 \cdot (1-t)} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Из (3.2) получаем два действительных мультипликатора:

$$\mu_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{t^2}{(1-t) \cdot (2-3 \cdot t)}}, \quad t < 2/3. \quad (3.3)$$

При $|\mu_{1,2}| < 1$ неподвижная точка является устойчивой, при $|\mu_{1,2}| > 1$ неподвижная точка является неустойчивой, при $|\mu_{1,2}| = 1$ происходит бифуркация.

Из (3.3) находим, что неподвижная точка (2.18) устойчива при $t < 1/2$ и неустойчива при $t > 1/2$. Потеря устойчивости происходит в точке бифуркации: $t = 1/2$.

Матрица Якоби отображения (3.1) в неподвижной точке (2.19):

$$J = \begin{pmatrix} 0 & \frac{10 \cdot t - 8}{7 \cdot t - 2} \\ \frac{5 \cdot t - 4}{2 \cdot (t+1)} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Из (3.4) получаем два действительных мультипликатора:

$$\mu_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{(5 \cdot t - 4)^2}{(t+1) \cdot (7 \cdot t - 2)}}, \quad t > 2/7. \quad (3.5)$$

Из (3.5) находим, что неподвижная точка (2.19) неустойчива при $t < 1/2$ и устойчива при $t > 1/2$. Обретение устойчивости происходит в точке бифуркации: $t = 1/2$.

Таким образом, при значении транспортного тарифа: $t = 1/2$ происходит транскритическая бифуркация, в которой неподвижные точки меняют характер устойчивости (рис.1).

4. Заключение

В работе исследована пространственная дуополия фирм в условиях конкуренции Штакельберга, когда одна из фирм является лидером по объему продукции. Найдены равновесные по Штакельбергу-Нэшу ценовые и пространственные стратегии фирм. В ходе анализа

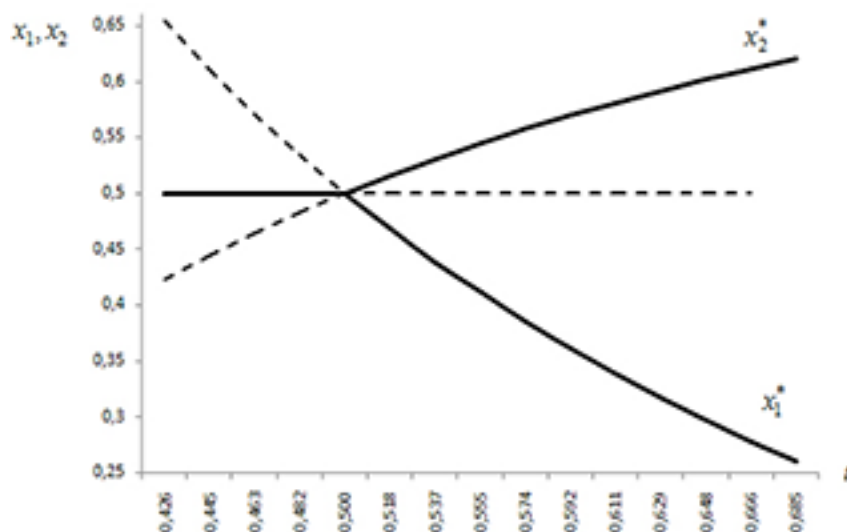


Рисунок 1. Равновесные пространственные стратегии фирм в зависимости от транспортного тарифа

устойчивости равновесия доказано, что транспортный тариф является бифуркационным параметром для фирм. Найдено, что изменение стратегии центральной агломерации на стратегию дифференциации происходит в точке транскритической бифуркации. Определены условия полного покрытия рынков для обеих стратегий. Получено, что информационная асимметрия Штакельберга приводит к асимметрии равновесных местоположений фирм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Торбенко А. *Модель линейного города с экзогенной конкуренцией по Штакельбергу* // Математическая теория игр и ее приложения. 2013. № 5(2). С.64–81.
2. Anderson S., Neven D. *Cournot Competition Yields Spatial Agglomeration* // International Economic Review. 1991. V. 32. N 4. P. 793–808.

3. Bhadury J., Chandrasekaran R., Padmanabhan V. *Competitive Location and Entry Deterrence in Hotelling's Duopoly Model* // Location Science. 1994. V. 2. N 4. P. 259–275.
4. Brenner S. *Hotelling Games with Three, Four, and More Players* // Journal of Regional Science. 2005. V. 45. N 4. P. 851–864.
5. D'Amato E., Mallozzi L., Pardalos P.M. *Sequential Entry in Hotelling Model with Location Costs: A Three-Firm Case* // Spatial Interaction Models: Facility Location Using Game Theory, Springer. 2017. P. 261–272.
6. D'Aspremont C., Gabszewicz J., Thisse J.-F. *On Hotelling's "Stability in Competition"* // Econometrica. 1979. V. 47. N 5. P. 1145–1150.
7. Economides N. *Minimal and Maximal Product Differentiation in Hotelling's Duopoly* // Econ. Letters. 1986. V. 21. P. 67–71.
8. Gupta B., Pal D., Sarkar J. *Spatial Cournot competition and agglomeration in a model of location choice* // Regional Science and Urban Economics. 1997. V. 27. N 3. P. 261–282.
9. Hamilton J., Thisse J.-F., Weskamp A. *Spatial discrimination, Bertrand vs. Cournot in a model of location choice* // Regional Science and Urban Economics. 1989. V. 19. P. 87–102.
10. Hamilton J.H., Klein J.F., Sheshinski E., Slutsky S.M. *Quantity competition in a spatial model* // Canadian Journal of Economics. 1994. V. 27. P. 903–917.
11. Hotelling H. *Stability in Competition* // The Economic Journal. 1929. V. 39. N 153. P. 41–57.
12. Irmen A., Thisse J.-F. *Competition in Multi-Characteristics Spaces: Hotelling Was Almost Right* // Journal of Economic Theory. 1998. V. 78. N 1. P. 76–102.
13. Mazalov V., Sakaguchi M. *Location Game on the Plane* // International Game Theory Review. 2003.

14. Neven D. *On Hotelling's competition with non-uniform consumer distribution* // Economics Letters. 1986. V. 21. P. 121–126.
15. Prescott E.C., Visscher M. *Sequential location among firms with foresight* // The Bell Journal of Economics. 1977. V. 8. P. 378–393.

BERTRAND-NASH EQUILIBRIUM IN THE LINEAR CITY MODEL

Serhij V. Melnikov, Odessa National Maritime University, Cand.Sc., associate professor (nfn333@ukr.net).

Abstract: The paper [1] explores the spatial duopoly of firms under Stackelberg competition, when one of the firms is the leader in terms of both volume of product and location. In this paper we consider the case of leadership only in terms of volume of product. Stackelberg-Nash equilibrium in the price and spatial strategies of firms are found. In the course of analysis of equilibrium stability, it is proved that the transport tariff is a bifurcation parameter for firms. It was found that the change in the central agglomeration strategy to the differentiation strategy occurs at the point of transcritical bifurcation. The conditions for full coverage of the markets for both strategies are defined. It is obtained that the Stackelberg information asymmetry leads to asymmetry of equilibrium locations of firms.

Keywords: linear city, agglomeration, differentiation, Stackelberg information asymmetry, transcritical bifurcation.