

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЯВЛЕНИЙ В СЕЙСМОЛОГИИ

**Глинская Н.В., Морозов В.Н.**

Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт геологии и минеральных ресурсов Мирового океана», г. Санкт-Петербург, labmgm@yandex.ru, palvas@mail.ru

Рассматривается возбуждение резонанса в акустических колебаниях в природных резонаторах, возникающих в земной коре при различных тектонических процессах, приходящих от некоторого источника акустического излучения. Для случая резонатора в виде параллелепипеда, основное уравнение, описывающее резонансные явления имеет вид [1]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_3^2 \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = G(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (1)$$

где  $G(x, y, z)$  – функция, определяющая вынужденное осциллирующее воздействие источника с частотой  $\omega$ ,  $p$  – вариации давления в резонаторе,  $c_3$  – скорость звука,  $t$  – время,  $x, y, z$  – декартовы координаты.

Возьмем собственные функции уравнения (1) в следующем виде:

$$P_{n,m,s} = \cos \frac{\pi n x}{b} \cos \frac{\pi m y}{c} \cos \frac{\pi s z}{a} \quad (2)$$

где  $n, m, s$  – целые числа, принимающие значения  $0, 1, 2, \dots$

$$0 < x < b, 0 < y < c, 0 < z < a$$

Будем искать решение уравнения (1) в следующем виде:

$$p = A_{n,m,s} P_{n,m,s} = A_{n,m,s}(t) P_{n,m,s}(x, y, z) \quad (3)$$

предполагая, что

$$G(x, y, z) = G_{n,m,s} P_{n,m,s}(x, y, z) \quad (4)$$

Подставляя выражения (3) и (4) в (1) получим уравнение для определения  $A_{n,m,s}(t)$ :

$$\frac{\partial^2 A_{n,m,s}}{\partial t^2} + c_3^2 \left[ \left( \frac{\pi n}{b} \right)^2 + \left( \frac{\pi m}{c} \right)^2 + \left( \frac{\pi s}{a} \right)^2 \right] = G_{n,m,s} e^{i\omega t}$$

Выражение:

$$\omega_{n,m,s}^2 = c_3^2 \left[ \left( \frac{\pi n}{b} \right)^2 + \left( \frac{\pi m}{c} \right)^2 + \left( \frac{\pi s}{a} \right)^2 \right] \quad (6)$$

определяет собственные частоты резонатора.

Приведем численные значения для собственных циклической частоты  $f_{n,m,s}$ , которая связана с собственными круговыми частотами – резонатора со соотношением:  $f_{n,m,s} = \frac{\omega_{n,m,s}}{2\pi}$

Учитывая эту связь из соотношения (6) получим:

$$f_{n,m,s} = \frac{c_3}{2} \left[ \left( \frac{n}{b} \right)^2 + \left( \frac{m}{c} \right)^2 + \frac{s^2}{a} \right]^{1/2} \quad (7)$$

В случае:  $a=b=c$  (кубический резонатор) из формулы (7) имеем

$$f_{n,m,s} = \frac{c_3}{2a} (n^2 + m^2 + s^2)^{1/2} \quad (8)$$

Для последовательности резонаторов с размерами:  $a=10$  м, 100 м, 200 м, 500 м гц (8) получим следующие численные значения для частот  $f_{n,m,s}$  при  $c_3=3000$  м/с

$$f_{n,m,s}(a=10\text{ м}) = 150 c_3^{-1} (n^2 + m^2 + s^2)^{1/2}$$

$$f_{n,m,s}(a=100\text{ м}) = 15 c_3^{-1} (n^2 + m^2 + s^2)^{1/2}$$

$$\begin{aligned} f_{n,m,s}(a = 200m) &= 7,5c^{-1}(n^2 + m^2 + s^2)^{1/2} \\ f_{n,m,s}(a = 500m) &= 3c^{-1}(n^2 + m^2 + s^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (9)$$

Решение уравнения (5) представляется в следующем виде:

$$A_{n,m,s} = C_1 e^{i\omega_{n,m,s}t} + C_2 e^{-i\omega_{n,m,s}t} + \frac{G_{n,m,s}^2}{\omega_{n,m,s}^2 \omega^2} e^{i\omega t} \quad (10)$$

Первые два члена в (10) определяют свободные колебания резонатора, а третий член – вынужденные колебания.

При  $\omega$  близкой к одной из собственных частот  $\omega_{n,m,s}$  амплитуда вынужденных колебаний растет. При  $\omega \rightarrow \omega_{n,m,s}$   $A_{n,m,s} \rightarrow \infty$

Решение уравнения (5) при  $\omega = \omega_{n,m,s}$  имеет вид:

$$A_{n,m,s} = C_1 e^{i\omega_{n,m,s}t} + C_2 e^{i\omega_{n,m,s}t} + \frac{G_{n,m,s}}{2i\omega_{n,m,s}} t e^{i\omega_{n,m,s}t} \quad (11)$$

Как следует из (11) в этом случае имеет место рост амплитуды вынужденных колебаний линейно со временем, который может быть ограничен диссипацией акустических колебаний или конечным временем действия вынуждающего воздействия.

Оценим энергию вынужденных колебаний в резонаторе при  $\omega = \omega_{n,m,s}$ . Для этого воспользуемся следующей формулой для энергии колебаний в резонаторе [2]:

$$\int_v \left( \rho_0 \frac{V_{n,m,s}^2}{2} + \frac{c_3^2 \rho_{n,m,s}^2}{2\rho_0} \right) dV = \hat{E}_{n,m,s} \quad (12)$$

$$E_{n,m,s} = \frac{\rho_0 V_{n,m,s}^2}{2} + \frac{c_3^2 \rho_{n,m,s}^2}{2\rho_0} \quad (13)$$

Для кубического резонатора:

$$\frac{\omega_{n,m,s}^2}{c_3^2} = \frac{\pi^2}{a^2} (n^2 + m^2 + s^2) \quad (14)$$

Для вычисления воспользуемся формулами:

$$\begin{aligned} p &= A_{n,m,s} P_{n,m,s} = \frac{f_{n,m,s} t}{2i\omega_{n,m,s}} e^{i\omega_{n,m,s}t} p_{n,m,s} \\ \vec{V}_{n,m,s} &= -\frac{1}{i\omega_{n,m,s} \rho_0} A_{n,m,s} \hat{\nabla} P_{n,m,s} \\ \rho'_{n,m,s} &= \frac{-\rho_0}{i\omega_{n,m,s}} ai V V'_{n,m,s} \end{aligned} \quad (15)$$

Вычисляя (9) получим:

$$\hat{E}_{n,m,s}^c = \left( \frac{1}{64} \cdot \frac{G_{n,m,s}^2 t^2}{\omega_{n,m,s}^2 \rho_0 c_3^2} + \frac{G_{n,m,s}^2 t^2}{128 \omega_{n,m,s}^2 \rho_0 c_3^2} \right) a^3 \quad (16)$$

Если спектр воздействия широкий, т.е. включает многие собственные частоты резонатора, то наиболее энергосодержащими частотами будут низкие частоты.

Вместе с тем вычисление энергии свободных колебаний в объеме резонатора на частоте  $\omega = \omega_{n,m,s}$  дают величину:

$$\widehat{E}_{n,m,s}^c = \left( \frac{A_{n,m,s}^2}{8\rho_0 c_3^2} + \frac{A_{n,m,s}^2}{16\rho_0 c_3^2} \right) a^3 \quad (17)$$

В случае свободных колебаний резонатора энергии, приходящаяся на частоту  $\omega_{n,m,s}$  не зависит от нее.

Вместе с тем число колебаний, лежащих в интервале от  $\omega_{n,m,s} = \omega_{n,m,s} + d\omega_{n,m,s}$  определяется выражением [3]:

$$N\omega_{n,m,s} = \frac{4\pi\omega_{n,m,s}^2 d\omega_{n,m,s}}{(2\pi c_3)^3} a^3 \quad (18)$$

Из (16) следует, что поскольку с ростом n,m,s частота  $\omega_{n,m,s}$  растет, то число колебаний  $N_{n,m,s}$  также растет, отсюда следует, что растет энергия свободных колебаний в резонаторе с ростом частоты  $\omega_{n,m,s}$ .

Обратимся к рассмотрению следующей задачи. Пусть задана последовательность кубических резонаторов с размерами  $a_1=10$  м,  $a_2=100$  м,  $a_3=200$  м,  $a_4=500$  м,  $a_5=200$  м и  $a_6=100$  м. Собственные частоты таких резонаторов определяются формулами (9):

$$f_{n,m,s}^5 = f_{n,m,s}^3 \setminus f_{n,m,s}^6 = f_{n,m,s}^2 \quad (17)$$

Под влиянием широкополосного по частоте воздействия на эти резонаторы, в случае резонатора с  $a_1=10$  м в нем будут возбуждаться резонансные колебания, которые свободно будут распространяться через резонаторы больших размеров. При возбуждении резонансных колебаний в резонаторе с  $a_2=100$  м, они также будут проходить через резонаторы больших размеров, но возможно будут усиливаться в резонаторе с  $a_6=100$  м. резонансные колебания возбуждаемые в резонаторе с  $a_3=200$  м, будут проходить через резонатор с  $a_4=500$  м будут усилены в резонаторе с  $a_5=200$  м и ослабляться при прохождении резонатора с  $a_6=100$  м. наконец резонансные колебания в случае резонатора с  $a_4=500$  м могут не проходить через резонаторы с  $a_5=200$  м,  $a_6=100$  м, не замечая их, но претерпевая некоторое рассеяние, которое тем больше, чем ближе длина акустических волн к размерам резонатора.

Как следует из (14) энергия, возбуждаемых при резонаторе гармоник обратно пропорциональна квадрату их частоты, т.е. низкочастотные гармоники содержат больше энергии.

Рассматривая распространение акустических волн от некоторого источника в земной коре можно сказать следующее. Будем считать излучение широкополосным. Низкочастотное излучение (~1 гц) распространяется в земной коре свободно со скоростью  $C_3$  причем эта скорость совпадает с групповой скоростью распространения колебаний. Высокочастотное акустическое излучение (~100 гц) может попадать в ограниченные слоистые образования, являющиеся волноводами-резонаторами с собственными частотами близки к 100 гц (по крайней мере для первой гармоники). Возникает явление резонанса, в результате которого высокочастотное акустическое излучение усиливается. В процессе усиления при частотах  $f$  близких к  $f_{m,n}$  групповая скорость резонансных волн уменьшается в соответствии с формулой [1]

$$V_{gp} = \frac{d\omega}{dk} = c_3 \frac{(f^2 - f_{m,n}^2)^{1/2}}{f} < c_3 \quad (19)$$

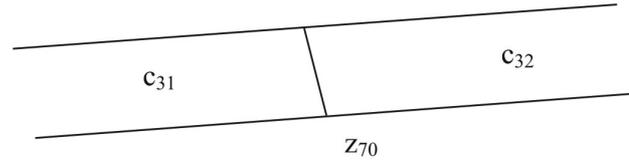
Из выражения (1) следует, что при  $f \rightarrow f_{m,n}$   $V_{gp}$  стремится к нулю, т.е. в резонансной области волновода-резонатора будет иметь место накопление энергии волн идущих от источника с медленным переносом ее в другие области (части) волновода. Пусть, например,  $V_{gp}=13$  м/с, а  $c_3=3000$  м/с, тогда из (19) получим то, что  $f_{m,n}/f=0.9999812$ . Перенос энергии высокочастотного акустического излучения в волноводе-резонаторе происходит с меньшей скоростью, чем перенос низкочастотного акустического излучения. Этот физический результат может служить основой для прогноза сейсмических процессов, в результате которых возникают эти волноводы-резонаторы-ловушки. В рассматриваемом подходе важно, чтобы резонатор сохранял свои волноводные свойства.

Например, если сечение волновода  $10 \times 10$  м, то его длина должна быть больше 10 м (например, 100 м). Тогда это согласно Лайтхиллу [1] это будет волновод-резонатор с собственными частотами:

$$f_{m,n} = \frac{c_3}{2a} (m^2 + n^2)^{1/2} \quad (20)$$

где  $a$  – длина стороны сечения волновода (предполагается, что сечение является квадратом).

В связи с рассмотрением выше задачей о резонансном усилении акустических колебаний, получим решение задачи о прохождении этих колебаний через границу двух волноводов с одинаковыми поперечными сечениями, но с различными скоростями звука в этих волноводах (см. рис. ).



Пусть слева от границы  $z=0$  (это при рис.) возмущение давления определяется соотношением:

$$p_1 = \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{a} (c_1 e^{-ik_{z1}z} + c_2 e^{ik_{z1}z}) e^{-i\omega t}$$

$$k_{z1}^2 + \left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c_{31}^2} \quad (21)$$

где  $a$  – длина стороны сечения волновода (предполагается, что сечение волновода квадратное),  $c_1$ ,  $c_2$  – постоянные. Справа от волновода при  $z>0$  возмущение давления представляется в виде

$$p_2 = \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{a} c_3 e^{-ik_{z2}z} e^{-i\omega t}$$

$$k_{z2}^2 + \left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c_{32}^2} \quad (22)$$

Постоянная  $c_2$  определяет амплитуду над секущей на границу  $z=0$  волны,  $c_1$  – амплитуда отраженной волны, а  $c_3$  – амплитуда, проходящей в правом волноводе волны.

Пусть  $c_2$  задача, тогда постоянные  $c_1$  и  $c_2$  находятся из условий непрерывности давления и скорости движения вещества в волне, перпендикулярной границе  $z=0$ :

$$p_1 \Big|_{z=0} = p_2 \Big|_{z=0}$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (23)$$

Где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности вещества в левом и правом волноводах. Используя эти условия, получим следующие выражения для  $c_1$  и  $c_3$ .

$$c_1 = \frac{\frac{k_{z1} - k_{z2}}{\rho_1} - \frac{k_{z2}}{\rho_2}}{\frac{k_{z1} + k_{z2}}{\rho_1} + \frac{k_{z2}}{\rho_2}} c_2, c_3 = \frac{2 \frac{k_{z1}}{\rho_1}}{\frac{k_{z1} + k_{z2}}{\rho_1} + \frac{k_{z2}}{\rho_2}} c_2 \quad (24)$$

Отраженная от границы  $z=0$  энергия акустических колебаний определяется соотношением:

$$\frac{|c_1|^2}{|c_2|^2} = \frac{\frac{k_{z1} - k_{z2}}{\rho_1} - \frac{k_{z2}}{\rho_2}}{\frac{k_{z1} + k_{z2}}{\rho_1} + \frac{k_{z2}}{\rho_2}} \quad (25)$$

Приходящая в правый волновод доля энергии акустических колебаний представляемая выражением:

$$1 - \frac{|c_1|^2}{|c_2|^2} = \frac{\frac{4k_{z1} \cdot k_{z2}}{\rho_1 \rho_2}}{\left(\frac{k_{z1} + k_{z2}}{\rho_1} + \frac{k_{z2}}{\rho_2}\right)^2} \quad (26)$$

$$\frac{k_{z1}}{\rho_1} = \frac{k_{z2}}{\rho_2}$$

При  $\frac{k_{z1}}{\rho_1} = \frac{k_{z2}}{\rho_2}$  отраженная энергия равна нулю, а доля проходящей энергии равна единице.

Полученные соотношения справедливы, если длина волны акустических колебаний значительно больше зоны перехода на границе волнопроводов от скорости звука  $c_{31}$  к скорости  $c_{32}$  во втором волноводе (см. рис.).

## ВЫВОДЫ

1. Проведенные расчеты показывают, что при широкополосном по частоте воздействию источника на кубические резонаторы с размерами  $a=10$  м, 100 м, 200 м, 500 м могут возникать резонансные явления, связанные с возбуждением собственных частот резонаторов. При этом максимальная энергия сосредоточена в собственных резонансных частотах низкочастотного диапазона.

2. Запаздывание прихода высокочастотного акустического излучения по сравнению с низкочастотным и имеющего более высокую интенсивность может указывать на образование вследствие тектонических процессов волноводов-резонаторов-ловушек, являющихся предвестниками землетрясений, хотя это излучение может ослабляться за счет рассеяния на неоднородностях.

3. Для двух волноводов, примыкающих друг к другу но с различными скоростями распространения акустических колебаний получены соотношения, связывающие энергию, отраженного и проходящего потока акустических колебаний с энергией падающих на границу раздела двух волноводов акустических колебаний. В дальнейшем следует рассмотреть случай линейного перехода от волновода со скоростью  $c_{31}$  к волноводу со скоростью  $c_{32}$ .

4. Построение теоретических математических моделей резонансных явлений позволят находить их экспериментальные (физические) аналоги в практике интерпретации сейсмических данных.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Лайтхилл. Волны в жидкостях. М, «Мир», 1981.
2. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Гидродинамика, М. «Наука», 1988.
3. В. Г. Левич. курс теоретической функции, Т.1, М «Наука», 1969.

**ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ СВЕРХДАЛЬНОГО ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ  
ПО ИМПУЛЬСАМ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ**

**Глинская Н.В., Тимичева В.М., Прялухина Л.А., Паламарчук В.К., Мищенко О.Н.**

Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт геологии и минеральных ресурсов Мирового океана», г. Санкт-Петербург, labmgm@yandex.ru, palvas@mail.ru

В земной коре имеется множество горизонтальных и вертикальных низкоскоростных сейсмических каналов – волноводов. Роль этих каналов в системе “очаг – оболочка очага – место разрыва” и прогнозировании землетрясения огромна. Также очевидна их роль в распространении волновой энергии на значимые расстояния. Это относится к волноводам, по которым распространяются упругие колебания, выступающие в роли сейсмоакустических предвестников. Точно также можно рассматривать волноводы для других предвестников. К примеру, импульсному акустическому излучению.

Если в земной коре и верхней мантии имеется низкоскоростной канал, то волны, исходящие из источника под малым углом к этому каналу, будут «пойманы» в этом канале и уже не уйдут из него. Если таких источников будет много, то суммарная энергия таких источников в виде акустической эмиссии за некоторый промежуток времени может быть существенной, особенно если канал имеет протяженные (сотни километров), но ограниченные размеры.

Наличие низкоскоростных каналов – волноводов объясняет тот факт, почему наблюдается сверхдальнее распространение волновых и других предвестников землетрясений, в том числе импульсов акустической эмиссии, по которым в этих случаях выполняются, казалось бы, невероятные прогнозы. Наша задача – обеспечить возможность такого предсказания и увеличить его надежность путем разработки волноводной теории и технологии прогноза землетрясений, включающей, в том числе поиск каналов – волноводов и выбор мест установки станций.

Волновод можно, неформально говоря, определить как явление аномальной концентрации и избирательного распространения волновых полей без заметных энергетических потерь на значительные расстояния. Это эффект характерен именно для неоднородных сред и не наблюдается в однородном случае. Да и неоднородная среда должна иметь соответствующее «благоприятное» строение, чтобы в ней могли возникать и протекать волновые процессы. Простейшая ситуация, которая порождает волновод – действующий источник поля внутри однородного сильно вытянутого бруса вещества, «прозрачного» для волнового поля рассматриваемого вида, и заключенного в «кожух» с абсолютно отражающими это поле боковыми стенками. Существуют различные критерии и способы определения наличия или возможности волноводов для различного вида волн в неоднородных средах достаточно произвольного строения. Заметим, что наличие в среде волновода, т.е. выделенной области с повышенной плотностью волновой энергии и преимущественными условиями распространения волн, автоматически влечет наличие в среде областей с пониженной плотностью энергии, так сказать «теневых» зон для рассматриваемого волнового поля.