

УДК 519.25

## АВТОМАТИЧЕСКАЯ КАЛИБРОВКА ЛОКАЛЬНЫХ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ КАРТЫ СИЛ СИГНАЛОВ

Р. В. Воронов<sup>1</sup>, О. В. Лукашенко<sup>2</sup>, А. П. Мощевикин<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Петрозаводский государственный университет

<sup>2</sup>Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН

<sup>3</sup>ЗАО «РТЛ-Сервис»

Для определения местоположения объекта в закрытых помещениях часто используют локальные системы позиционирования, основанные на методе построения шаблонов карт слышимости от нескольких базовых радиостанций (fingerprinting technique). Для создания этих шаблонов необходимо провести ряд замеров силы сигнала во многих точках здания. Изменение окружающей обстановки (перестановка мебели, движущиеся объекты, изменение положения антенн и пр.) значительно ухудшает точность локации. В статье предложен способ автоматической рекалибрации системы расчетов локации при изменении внешних условий. Таким образом, для учета изменений нет необходимости проводить повторную процедуру обучения системы.

**Ключевые слова:** локальные системы позиционирования, локация, базовая станция, сила сигнала.

**R. V. Voronov, O. V. Lukashenko, A. P. Moschevikin. AUTOMATIC RECALIBRATION OF A LOCAL POSITIONING SYSTEM BASED ON THE FINGERPRINTING TECHNIQUE**

Local positioning systems based on the fingerprinting technique are widely used for localization indoors. This technique requires preliminary measurements of the received radio signal strength in many points inside a building. The changes in surroundings (rearrangement of furniture, changing antenna orientation, blocking of line-of-sight by large moving objects, etc.) substantially decrease the localization accuracy. This paper discusses the proposed method of the automatic recalibration of the position calculation system in case of changes in the environment. Thus it is not necessary to carry out additional measurements in order to consider these changes.

**Key words:** local positioning systems, location, base station, signal strength.

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что спутниковые системы навигации невозможно использовать в закрытых пространствах: в зданиях, шахтах и т. д. В таких случаях разрабатываются специальные

системы локации на основе беспроводных сетей датчиков. При этом для определения местоположения мобильных объектов используют различные методы, в том числе основанные на определении мощности входного сигна-

ла [4, 5]. В помещении устанавливаются стационарные базовые станции сети, каждая из которых имеет свою зону покрытия. Для создания подобных систем используют беспроводные технологии локальных сетей WiFi, ZigBee, nanoLOC, UWB, Bluetooth и др.

Под локацией понимают определение местоположения каких-либо объектов. Необходимым условием для расчета локации является предварительная настройка устанавливаемой системы — разбиение пространства помещения на зоны и определение для каждой из них сил принимаемых сигналов от базовых станций. Обычно зона не превышает размеров комнаты (иногда в комнатах можно выделить несколько зон). Для каждой зоны заранее формируется набор средних значений сил сигнала от базовых станций (шаблоны слышимости). Когда мобильный объект в очередной раз выходит в эфир, его сигнал регистрируется всеми базовыми станциями в пределах слышимости. Этот набор сил сигналов сравнивается с заранее полученными шаблонами. В качестве искомой зоны локации выбирается зона с тем шаблоном, который наилучшим образом совпадает с зарегистрированным набором сил сигналов [4–6].

Необходимо отметить, что сила сигнала на приемной стороне является дискретной величиной, поскольку радиопередача осуществляется в цифровой форме, и входной сигнал регистрируется, например, с использованием аналого-цифровых преобразователей или управляемых автоматических регуляторов усиления.

Пусть  $N$  — число точек (или зон) пространства, в которых может находиться мобильный объект,  $D$  — число базовых станций. Множество сил сигналов от базовых станций является дискретным. Тогда в ходе настройки системы необходимо для каждой базовой станции  $d$  определить вероятности  $p_d(x|j)$  того, что будет зафиксирована сила сигнала  $x$  при условии нахождения мобильного объекта в зоне  $j = 1, \dots, N$ .

В ходе эксплуатации системы местоположение мобильного объекта определяется следующим образом. Пусть  $p_j$  — априорная вероятность нахождения объекта в точке  $j$  ( $j = 1, \dots, N$ ). Предположим, что зарегистрирован вектор сил сигнала  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_D)$ , где  $x_d$  — сила сигнала базовой станции  $d$ . Тогда апостериорная вероятность  $q_j$  нахождения объекта в точке  $j$  равна

$$q_j = \frac{p_j \prod_{d=1}^D p_d(x_d|j)}{\sum_{k=1}^N p_k \prod_{d=1}^D p_d(x_d|k)}. \quad (1)$$

Поскольку сила сигнала на приемной стороне сильно зависит от числа отражений, величины и формы препятствий по пути распространения электромагнитной волны, любые изменения в помещении (перестановка мебели, изменение ориентации антенн базовых станций и т. д.) приводят к необходимости заново настраивать систему.

Кроме этого, в ходе инсталляции системы позиционирования всегда стараются уменьшить количество используемых базовых станций с целью минимизации стоимости оборудования. Поэтому зачастую используют следующий итерационный сценарий. Сначала устанавливают «узловые» базовые станции в расчетных зонах здания, обучаю систему, строят шаблоны и карты слышимости, а затем по мере необходимости в разных частях здания добавляют еще несколько станций, улучшая точность локации в этих зонах. Поскольку процесс обучения системы занимает достаточно много времени, в некоторых случаях его можно заменить автоматической процедурой формирования новых шаблонов сил сигнала в новых зонах или от ранее не использованных базовых станций. Понятно, что эффективность автоматической конфигурации зависит от плотности расположения базовых станций, т. е. от фактора пересечения зон радиопокрытия разных базовых станций.

В данной статье предлагается подход, позволяющий произвести автоматическую перенастройку системы. Подход основан на оценке неизвестных параметров распределения мощности сигнала в ходе эксплуатации системы. Такая перенастройка может быть осуществлена в случаях:

- добавления новых базовых станций;
- изменения конфигурации помещения;
- добавления новых зон, которые ранее не были нанесены на карту;
- изменения условий работы базовой станции (наклон антенны и прочее).

## Модель потерь мощности сигнала в эфире

В большинстве работ [7–9], в которых рассматривается процесс распространения электромагнитных волн для диапазона частот выше 1 ГГц, приводится следующая модель затухания:

$$PL(s) = \left[ PL_0 + 10\gamma \lg \left( \frac{s}{s_0} \right) \right] + \zeta, \quad s \geq s_0, \quad (2)$$

где  $PL(s)$  – потеря мощности сигнала между передатчиком и приемником (path loss), выраженная в децибелах. Слагаемое в квадратных скобках описывает детерминированную составляющую потерю, зависящую от расстояния  $s$  между радиоустройствами, а  $\zeta$  – случайная компонента.  $PL_0$  – это потеря мощности на заранее известном расстоянии  $s_0$ , например, в 1 м. Характер зависимости уменьшения мощности сигнала с увеличением расстояния зависит от значения показателя  $\gamma$ , связанного с особенностями окружения. Например, для офисных помещений  $\gamma$  может изменяться от значения 1,7 для условий прямой видимости (LOS, Line-of-Sight) между передатчиком и приемником до значений 3,5 и выше для условий отсутствия прямой видимости (NLOS, Non-Line-of-Sight) [7]. Некоторые исследователи вводят в модель параметры, отвечающие за число стен, встречающихся на пути распространения сигнала, их толщину и материал [11].

Вторая компонента в формуле (2) описывает изменчивость локальных условий на стороне приемника радиосигнала. Она включает в себя учет множественных путей распространения электромагнитных волн, огибанияими препятствия, интерференционного сложения фаз и амплитуд.  $\zeta$  зависит от конфигурации помещений и расположения объектов и помех на пути распространения волны, ориентации и диаграммы направленности антенны, размера антennы, степени поляризации излучения и др. Компонента  $\zeta$  может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Часто предполагается, что  $\zeta$  – случайная величина, имеющая нормальное распределение  $N(0, \sigma)$  с нулевым математическим ожиданием и некоторым стандартным отклонением  $\sigma$  [7–9].

Содержательно формула (2) показывает, что потеря мощности сигнала (а значит, и сама мощность сигнала на принимающей стороне) может моделироваться как нормальная случайная величина  $N(a, \sigma)$ , где параметры  $a, \sigma > 0$ .

На рисунке в качестве иллюстрации величины потерь мощности сигнала внутри помещений приведена карта слышимости одной точки доступа в технологии RealTrac [2, 3, 10]. Числа в квадратах обозначают потери мощности сигнала, выраженные в децибелах. Местоположение стационарного устройства A590 обозначено темным квадратом с перекреистием внутри. Мощность выходного сигнала точки доступа равнялась 20 дБм (100 мВт). Числа внутри ячеек метровой длины соответствуют средним потерям сигнала в децибелах. Например, для числа 64 (желтая ячейка), соответствующего уровню потерь в эфире  $PL = 64$  дБм, зарегистрированная сила входного сигнала на мобильном радиоузле, находящемся в данном квадрате, равнялась  $-44$  дБм.

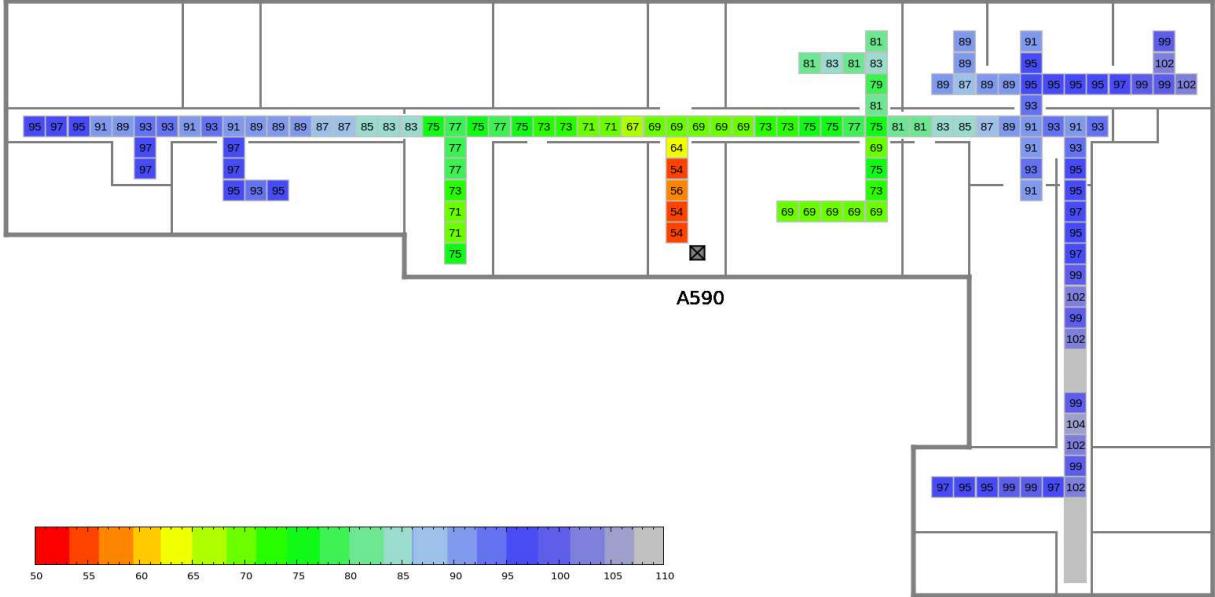
Приведенная карта радиопокрытия также подтверждает возможность расчета локации на основе силы входного сигнала. Если зарегистрированное значение потерь в эфире от точки доступа A590 оказалось, скажем, около 80 дБм, то набор вероятных мест нахождения объекта резко уменьшается (это либо небольшая часть длинного коридора, либо одна из комнат). Если на одном этаже установлено 3–5 таких точек доступа, то достаточно легко добиться точности локации на уровне комнаты (room level).

## Метод автоматической калибровки системы локации

Рассмотрим случай, когда имеется некоторое множество базовых станций, для которых известны распределения вероятностей сил сигналов в каждой зоне пространства. Тем самым мы имеем возможность определять вероятность нахождения объекта в определенной зоне.

Пусть добавляется еще одна базовая станция, для которой нам не известны распределения вероятностей сил сигналов в зонах. Периодически мобильный узел выходит в эфир и точки доступа регистрируют силу входного сигнала. Для простоты предположим, что сила входного сигнала от новой базовой станции во время  $i$ -го по счету измерения является непрерывной случайной величиной  $X_i$  с плотностью  $p_i(x)$ . Таким образом, предполагается, что мобильный объект меняет свое местоположение от измерения к измерению, причем в момент регистрации измерения местоположение объекта неизвестно.

Проводится  $M$  независимых измерений, в результате которых сила сигнала приняла значения  $x_1, \dots, x_M$ . Таким образом, значение  $x_i$



Карта слышимости устройства А590. Числа внутри ячеек метровой длины соответствуют средним потерям сигнала в децибелах

– это реализация случайной величины  $X_i$ ,  $i = 1, \dots, M$ .

В соответствии с моделью (2) предполагается, что условная плотность распределения силы сигнала в зоне  $j$  равна

$$p(x|j; a_j) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - a_j)^2}{2\sigma^2}\right), \quad j = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где параметр  $\sigma$  является известным и одинаковым для всех зон  $j = 1, \dots, N$ . Параметры  $a_j$  – условные математические ожидания значений силы сигнала в зонах  $j = 1, \dots, N$  неизвестны. Требуется найти их точечные оценки.

Для удобства введем обозначения  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_M)$  и  $\bar{a} = (a_1, \dots, a_N)$ .

Пусть  $q_{ij}$  – известные вероятности нахождения объекта в точке  $j$  в момент регистрации  $i$ -го измерения. Вероятности  $q_{ij}$  могут быть рассчитаны по формулам (1) теми базовыми станциями, для которых имеются готовые карты сил сигналов, либо иным способом. По формуле полной вероятности для плотности распределения  $p_i(x)$  силы сигнала в момент измерения  $i$  справедливо следующее выражение:

$$p_i(x) = \sum_{j=1}^N p(x|j; a_j) q_{ij}.$$

Будем искать оценки параметров  $a_j$  с помощью метода максимального правдоподобия.

Запишем функцию правдоподобия для измерений  $x_1, \dots, x_M$ :

$$L(\bar{x}; \bar{a}) = \prod_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(x_i|j; a_j) q_{ij}. \quad (4)$$

Строго говоря, функция (4) не является классической функцией правдоподобия, так как содержит плотности вероятностей различных распределений. Но если  $q_{ij}$  не будут зависеть от  $i$ , то есть  $q_{ij} = q_j$  для всех  $i = 1, \dots, M$ , то (4) является функцией правдоподобия.

Для получения точечных оценок параметров  $\bar{a}$  найдем максимум этой функции. Удобнее это сделать при помощи поиска максимума логарифмической функции правдоподобия:

$$\ln L(\bar{x}; \bar{a}) = \sum_{i=1}^M \ln \left( \sum_{j=1}^N p(x_i|j; a_j) q_{ij} \right).$$

Частные производные по  $a_k$  логарифмической функции правдоподобия имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \ln L(\bar{x}; \bar{a})}{\partial a_k} = \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma^2} c_{ik}(\bar{a})(x_i - a_k), \quad k = 1, \dots, N, \quad (5)$$

где

$$c_{ik}(\bar{a}) = \frac{\exp\left(-\frac{(x_i - a_k)^2}{2\sigma^2}\right) q_{ik}}{\sum_{j=1}^N \exp\left(-\frac{(x_i - a_j)^2}{2\sigma^2}\right) q_{ij}}. \quad (6)$$

Величины  $c_{ik}(\bar{a})$  в дискретном случае имеют смысл вероятностей нахождения объекта в точке  $k$  при условии регистрации измерения  $x_i$ .

Приравняв к нулю производные, получим систему уравнений:

$$a_k = \frac{\sum_{i=1}^M c_{ik}(\bar{a}) x_i}{\sum_{i=1}^M c_{ik}(\bar{a})}, \quad k = 1, \dots, N.$$

Обозначим

$$\gamma_{ik}(\bar{a}) = \frac{c_{ik}(\bar{a})}{\sum_{l=1}^M c_{lk}(\bar{a})}.$$

При фиксированных значениях  $i$  и  $k$  величина  $\gamma_{ik}$  может быть проинтерпретирована как вес  $i$ -го измерения по отношению к зоне  $k$ . Тогда

$$a_k = \sum_{i=1}^M \gamma_{ik}(\bar{a}) x_i, \quad k = 1, \dots, N. \quad (7)$$

То есть математическое ожидание силы сигнала в точке  $k$  равно взвешенной сумме сил сигналов. Введем обозначения:

$$f_k(\bar{a}) = \sum_{i=1}^M \gamma_{ik}(\bar{a}) x_i, \quad k = 1, \dots, N,$$

$$f(\bar{a}) = (f_1(\bar{a}), \dots, f_N(\bar{a})).$$

В этих обозначениях система (7) запишется следующим образом:

$$\bar{a} = f(\bar{a}). \quad (8)$$

Для численного решения системы уравнений (8) будем использовать метод простых итераций [1]. Опишем итерационную процедуру:

$$\bar{a}^{(0)} = (0, \dots, 0),$$

$$\bar{a}^{(t+1)} = f(\bar{a}^{(t)}), \quad t = 1, 2, \dots$$

Последовательность  $\bar{a}^{(t)}$  вычисляется до тех пор, пока  $\|\bar{a}^{(t)} - \bar{a}^{(t+1)}\| > \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданная точность.

Если в качестве начального приближения взять  $\bar{a}^{(0)} = (0, \dots, 0)$ , то

$$a_k^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^M q_{ik} x_i}{\sum_{i=1}^M q_{ik}}, \quad (9)$$

что уже будет близко к решению уравнения (8).

## ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для проверки адекватности предложенного подхода было проведено два вычислительных эксперимента. Первый заключался в имитации перемещения мобильного объекта по зонам помещения и программной генерации регистрируемых сил сигналов от базовых станций. Второй эксперимент проводился на реальных данных, собранных в ходе эксплуатации действующей системы локации.

Опишем имитационный эксперимент. Вначале необходимо было определить число зон  $N$ , число базовых станций  $D$ , число измерений  $M$ , выбрать значение среднеквадратического отклонения  $\sigma$  и условные математические ожидания  $a_{jd}$  сил сигнала базовых станций  $d = 1, \dots, D$  в зонах  $j = 1, \dots, N$ . Все, кроме одной, базовые станции использовались для определения локации мобильного объекта, после чего для последней базовой станции строилась карта зон видимости. В ходе эксперимента для каждого из измерений  $i = 1, \dots, M$  случайным образом выбиралась зона  $j$  и для всех базовых станций  $d = 1, \dots, D$  программно генерировались силы сигнала  $x_{id}$  как реализации нормально распределенных случайных величин с математическими ожиданиями  $a_{jd}$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma$ . На основе значений  $x_{id}$  от всех, кроме одной, базовых станций  $d = 1, \dots, D - 1$  по формуле (1) вычислялись вероятности  $q_{ij}$  нахождения мобильного объекта в зонах в момент  $i$ -го измерения. После имитации всех измерений с помощью предложенного в статье алгоритма вычислялись оценки математических ожиданий  $a_j$  сил сигнала для последней базовой ( $d = D$ ) станции во всех зонах  $j = 1, \dots, N$ . Найденные значения  $a_j$  сравнивались с  $a_{jD}$  при помощи метрики  $\Delta = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |a_j - a_{jD}|$ .

При реализации имитационного эксперимента были использованы следующие значения параметров: число зон  $N = 10$ , число базовых станций  $D = 5$ . Для каждой из пяти базовых станций (б. с.) для каждой зоны бы-

ли назначены значения математических ожиданий сил сигнала  $a_{jd}$  (см. табл. 1).

Таблица 1. Назначенные значения параметров  $a_{jd}$

зона \ б. с.	1	2	3	4	5
1	50	43	40	38	35
2	48	45	41	39	36
3	45	52	44	40	37
4	41	51	48	42	38
5	40	43	50	43	39
6	39	42	55	49	40
7	38	39	57	50	42
8	37	38	45	47	44
9	36	35	41	45	48
10	35	35	39	42	52

Вычисления проводились для различных значений  $M$  и  $\sigma$ . В табл. 2 представлена зависимость  $\Delta$  от  $M$  и  $\sigma$ .

Таблица 2. Вычисленные значения  $\Delta$

$\sigma \backslash M$	25	50	75	100	125	150
0,5	0,29	0,55	0,48	0,41	0,46	0,53
1	0,87	0,66	0,59	0,5	0,54	0,48
1,5	1,25	0,7	0,72	0,65	0,6	0,53
2	1,24	1	0,87	0,77	0,7	0,5
2,5	1,94	0,87	1,08	1,34	0,91	0,91
3	2,1	1,14	1,17	1,3	0,78	1,02

Была отмечена быстрая сходимость алгоритма, что дает основание использовать в качестве приближенного значения для  $a_j$  формулу (9).

Теперь опишем эксперимент, проведенный на реальных данных. В помещении ИТ-парка Петрозаводского государственного университета было выделено 100 зон ( $N = 100$ ) и задействовано 6 базовых станций ( $D = 6$ ). Для определения оценок математических ожиданий  $a_{jd}$  сил сигнала базовых станций  $d = 1, \dots, D$  было проведено по 80 замеров в каждой зоне  $j = 1, \dots, N$ .

После этого в каждой зоне было проведено по 10 измерений ( $M = 1000$ ). Используя данные от первых пяти базовых станций, по формуле (1) в момент каждого измерения  $i$  вычислялись вероятности  $q_{ij}$  нахождения объекта в зонах  $j = 1, \dots, N$ . Затем с использованием предложенного алгоритма вычислялись оценки математических ожиданий  $a_j$  в зонах  $j = 1, \dots, N$  для шестой базовой станции. Параметр  $\sigma$  был равен трем. Найденные значе-

ния  $a_j$  сравнивались с  $a_{jD}$  при помощи метрики  $\Delta = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |a_j - a_{jD}|$ . Итоги эксперимента таковы. Значение  $\Delta = 1, 2$ , число зон с различным значением  $|a_j - a_{jD}|$  представлено в табл. 3.

Таблица 3. Число зон с различным значением  $|a_j - a_{jD}|$

$ a_j - a_{jD} $	число зон
[0-1)	56
[1-2)	28
[2-3)	9
[3-4)	4
>4	3

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена задача автоматической рекалибрации системы расчетов локации при изменении внешних условий. Предложен способ оценки неизвестных параметров распределения мощности сигнала в ходе эксплуатации системы. По мнению авторов, результаты экспериментов позволяют считать, что предложенный метод может быть использован на практике.

Исследования проводились в рамках деятельности МИП ООО «Наносети» и ЗАО «РТЛ-Сервис», а также поддерживались Петрозаводским государственным университетом (Программа стратегического развития ПетрГУ на 2012–2016 гг.), Министерством образования и науки РФ (гос. контракт 14.BB.21.0162), Фондом СР МФП в НТС, Американским фондом гражданских исследований и развития (CRDF) и Министерством экономического развития Республики Карелия.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Калинкин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
2. Мошевикин А. П., Галов А. С., Волков А. С. Локация в беспроводных сетях датчиков стандарта nanoLOC // Информационные технологии. 2011. № 8. С. 43–47.
3. Мошевикин А. П., Галов А. С., Волков А. С. Точность расчета локации в беспроводных сетях датчиков стандарта nanoLOC // Информационные технологии. 2012. № 9. С. 37–41.

4. Chandrasekaran G., Ergin M., Yang J., Liu S., Chen Y., Gruteser M., Martin R. Empirical Evaluation of the Limits on Localization Using Signal Strength: Beyond Cramer-Rao Bounds // Proceedings of IEEE SECON. 2009. P. 1–9.
5. Elnahrawy E., Li X., Martin R. The Limits of Localization Using Signal Strength: A Comparative Study // Proceedings of IEEE SECON. 2004. P. 406–414.
6. Galov A., Moschevkin A., Voronov R. Combination of RSS localization and ToF ranging for increasing positioning accuracy indoors // Proceedings of the 11th International Conference on ITS Telecommunications (ITST). 2011. P. 299–304.
7. Ghassemzadeh S. S., Jana R., Rice C. W., Turin W., Tarokh V. Measurement and modeling of an ultra-wide bandwidth indoor channel // IEEE Trans. Commun. 2004. Vol. 52. P. 1786–1796.
8. Molisch A.F., Balakrishnan K., Chong C. C., Emami S., Fort A., Karedal J., Kunisch J., Schantz H., Schuster U., Siwiak K. IEEE 802.15.4a ChannelModel - FinalReport, Tech. Rep., Document IEEE 802.1504-0062-02-004a, 2005.
9. Molisch A. F. Ultrawideband Propagation Channels – Theory, Measurement, and Modeling // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2005. Vol. 54, No. 5. P. 1528–1545.
10. Moschevkin A., Galov A., Soloviev A., Mikov A., Volkov A., Reginya S. Realtrac technology overview // EvaAL 2013, Communications in Computer and Information Science series CCIS. 2013. Vol. 386, P. 60–71.
11. Osama W. Ata, Ala'Eddin M. Shahateet, Mutaz I. Jawadeh, Adnan I. Amro. An Indoor Propagation Model Based on a Novel Multi Wall Attenuation Loss Formula at Frequencies 900 MHz and 2.4 GHz // Wireless Personal Communications. 2013. Vol. 69, Issue 1. P. 23–36.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

### Воронов Роман Владимирович

доцент, к. т. н.

Петрозаводский государственный университет,  
математический факультет  
пр. Ленина, 33, Петрозаводск,  
Республика Карелия, Россия, 185910  
эл. почта: rvoronov76@gmail.com  
тел.: (8142) 711068

### Лукашенко Олег Викторович

младший научный сотрудник, к. ф.-м. н.  
Институт прикладных математических  
исследований Карельского научного центра РАН  
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,  
Республика Карелия, Россия, 185910  
эл. почта: lukashenko-oleg@mail.ru  
тел.: (8142) 763370

### Мощевикин Алексей Петрович

доцент, к. ф.-м. н.

Петрозаводский государственный университет,  
физико-технический факультет  
ул. Университетская, 10а, Петрозаводск,  
Республика Карелия, Россия, 185910  
эл. почта: alexmou@rtlservice.com  
тел.: (8142) 719671

### Voronov, Roman

Petrozavodsk State University, Faculty of Mathematics  
33 Lenina St., 185910 Petrozavodsk, Karelia, Russia  
e-mail: rvoronov76@gmail.com  
tel.: (8142) 711068

### Lukashenko, Oleg

Institute of Applied Mathematical Research,  
Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences  
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk,  
Karelia, Russia  
e-mail: lukashenko-oleg@mail.ru  
tel.: (8142) 763370

### Moschevkin, Alexey

Petrozavodsk State University,  
Faculty of Physical Engineering  
10A Universitetskaya St., 185910 Petrozavodsk,  
Karelia, Russia  
e-mail: alexmou@rtlservice.com  
tel.: (8142) 713237