Математическая Теория Игр и её Приложения, т.7, в.2, с. 33–48

УДК 519.813.3
ББК 22.1

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕКОТОРЫХ СТРАТЕГИЙ В АЗАРТНОЙ ИГРЕ*

Михаил В. Крючков
Сергей В. Русаков
Пермский филиал ФГАОУ ВПО
Национальный Исследовательский Университет
«Высшая Школа Экономики»
614070, Пермь, ул. Студенческая, 38
Пермский Государственный Национальный
Исследовательский Университет
614990, Пермь, ул. Букирева, 15
e-mail: mkryuchkov@hse.ru, rusakov@psu.ru

В работе рассматривается ситуация принятия решений в условиях риска: игроку известны возможные состояния природы, а также соответствующие вероятности (либо их статистические оценки), с которыми природа эти состояния реализует. Для построенной платежной матрицы проводится конечное число игр, причем ее элементы могут изменятся в зависимости от исхода каждой игры. Предлагаются некоторые финансовые системы ставок (стратегии): фиксированный размер ставки, критерий Келли, метод мартингейла и ряд его модификаций. На малых игровых интервалах (3-5 игр) для данных

---

* Проект выполняется в рамках постановления Правительства РФ № 218 от 09.04.2010 г. «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских высших учебных заведений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства» при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

стратегий приводятся расчеты показателей эффективности по Байесу, а также по критерию, учитывающему дисперсию выигрыша. В заключительной части работы приведены результаты численного эксперимента с элементами статистического моделирования.

Ключевые слова: игры с природой, платежная матрица, критерий Байеса, эмпирическая оценка.

1. Введение

Представляет большой научный интерес подход к предсказанию свойств системы [8], как к игре с природой [10]. Эксперт, обладающий способностью давать точную вероятностную оценку будущим событиям, имеет возможность применять получаемую информацию для извлечения прибыли на рынке ценных бумаг, на политической арене, в планировании производства, в социальных сферах, в спортивных прогнозах и т.д. В некоторых случаях наличие эффективной модели прогнозирования позволяет составить конечную игру с положительным математическим ожиданием [4], что приводит к необходимости выбора стратегии, оптимальной по некоторому критерию. Методике определения такого критерия посвящены работы [3] и [7].

В настоящий момент существует множество широко известных и общедоступных стратегий, используемых в азартных играх, например в рулетке, скачках, букмекерских ставках, финансовом трейдинге и т.д. Однако, их описание предлагается на «бытовом» уровне и лишь содержит подробные инструкции к применению, в то время как вопросам оценки их эффективности достаточного внимания не уделено. В данной работе некоторые из предложенных и модифицированных стратегий будут проанализированы с позиции математической игры с природой.

Остановим внимание на следующих стратегиях: постоянный размер ставки, ставка фиксированного процента от банкролла, критерий Келли [11], метод мартингейла (мартингала) [9] и его модификация – «k-агрессивная» стратегия. Первые две представляют интерес как наиболее простые и распространенные системы ставок среди общего числа игроков; критерий Келли знаменит тем, что при правильной оценке исхода события ожидаемый доход растет быстрее, чем при любой другой стратегии; метод Мартингейла используется в современных азартных играх, особенно игре в рулетку, и получил широкое распространение благодаря огромному количеству «спам-роликов» в сети Internet. Подробное описание этих стратегий будет приведено в разделе 3 данной статьи.

2. Математическое описание игры

Правила игры таковы: игрок называет некоторое положительное число x (делает ставку), после чего с вероятностью p получает выигрыш размером x единиц и с вероятностью $1-p$ проигрывает x. Размер ставки игрока ограничен суммой, называемой «банкроллом» – изначально имеющаяся сумма для ставок плюс-минус произошедшие выигрыши-проигрыши. Кроме того, заранее строго определено количество игр, которое будет проведено и по истечении которых игра прекращается. Также игра считается законченной, если у игрока отсутствуют средства для ставки. Выигрышем считается разность между величинами банкролла в конечный и начальный момент.

Математическое ожидание прибыли в одной такой игре находится по формуле:

$$M[\xi] = x \cdot p + (-x) \cdot (1-p) = x \cdot (2p-1). \tag{2.1}$$

Очевидными фактами являются необходимость и достаточность условия $p > 0.5$ для положительности математического ожидания (2.1) прибыли.

Так или иначе, любая стратегия X_i подразумевает некоторую ставку, а состояния природы Q_j можно обозначить вектором $\{Q_1, Q_0\} = \{1; 0\}$ соответствующего тому факту, что ставка либо выиграна (1) либо проиграна (0). Поскольку природа реализует состояние Q_1 с вероятностью p, а Q_0 с $(1-p)$, рассматриваемая постановка входит в класс задач принятия решений в условиях риска [10]. Следует отметить, что последовательное применение некоторых стратегий приводит к изменениям значений элементов в строках платежной матрицы, соответствующих данным стратегиям, в зависимости от предыдущих состояний системы: т.е. при проведении серии игр, для каждой последующей игры требуется пересчет элементов платежной матрицы.

Введем дополнительные обозначения, определим вид платежной матрицы и запишем функцию выигрыша:
N – количество игр в серии;
$X_1, \ldots, X_m$ – множество стратегий;
$\xi(n)$ – выигрыш в n-ой игре: дискретная случайная величина, принимающая значение $x_i(n)$ с вероятностью p и $-x_i(n)$ с вероятностью $1-p$, где $x_i(n)$ – размер ставки в n-ой игре, соответствующей стратегии X_i;
$BR(n)$ – величина банкролла после n игр: определяется формулой $BR(n) = BR(n-1) + \xi(n), BR(0) = BR_0 = 1$ (для удобства полагаем банкролл в начальный момент времени равный 1).

Платежная матрица имеет вид:

$$A(n) = \left(\begin{array}{c|cc} & Q_1 & Q_0 \\ \hline X_1 & x_1(n) & -x_1(n) \\ X_2 & x_2(n) & -x_2(n) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ X_m & x_m(n) & -x_m(n) \end{array} \right); \qquad (2.2)$$

$U_i(N)$ – функция выигрыша для стратегии X_i в серии N игр, вычисляется по формуле $U_i(N) = BR(N) - BR_0$.

3. Описание применяемых стратегий

3.1. Постоянная ставка

Размер ставки x постоянен и не зависит от величины текущего банкролла и исходов предыдущих игр. Определение размера происходит таким образом, что в любой момент игры величина банкролла позволяет сделать такую ставку. Обозначим эту стратегию за X_1 в платежной матрице (2.2). С учетом введенных в разделе 2 обозначений, размер ставки в n-ой игре для данной стратегии определяется формулой $x_1(n) = Const = \dfrac{BR_0}{N}$.

3.2. Фиксированный процент от банкролла

Размер ставки x составляет от текущего банкролла некоторый процент, независящий от исходов предыдущих игр. Данная стратегия обозначена в платежной матрице (2.2) как X_2. С учетом введенных ранее обозначений, размер ставки в n-ой игре для данной стратегии вычисляется по формуле $x_2(n) = \dfrac{BR(n-1)}{N}$.

3.3. Критерий Келли

Критерий Келли – финансовая система ставок, разработанная Джоном Л. Келли в 1956 году, определяющая размер ставки в процентах от величины имеющихся денежных средств. Также эту формулу называют стратегией оптимального роста капитала, однако она сложна тем, что требует правильной оценки вероятностного исхода, в связи с чем, лишь малое количество игроков рискует использовать данную стратегию в реальных ставках. Для нашей задачи формула Келли дает рекомендацию, что оптимальной будет ставка размером в $(2p-1)$ имеющегося банкролла. В платежной матрице (2.2) обозначим эту стратегию за X_3. С учетом введенных ранее обозначений, размер ставки в n-ой игре для данной стратегии определяется формулой $x_3(n) = (2p-1) \cdot BR(n-1)$.

3.4. Метод мартингейла

Метод мартингала [7] – система управления ставками в азартных играх, суть которой заключается в следующем: после каждого проигрыша игрок должен увеличивать ставку так, чтобы в случае выигрыша окупить все прошлые проигрыши в этой серии с небольшим доходом (к примеру x-$2x$-$4x$-$8x$-$16x$ и т.д.); при соблюдении такой последовательности ожидаемая прибыль игрока будет равна первоначальной ставке. В платежной матрице (2.2) данная стратегия имеет обозначение X_4. С учетом введенных ранее обозначений, размер ставки в n-ой игре для данной стратегии находится по формуле $x_4(n) = \dfrac{BR_0}{2^{N-1}} \cdot I_{M\xi}(n-1)$, где $I_{M\xi}(n)$ отвечает за выигрыш по ставке и определяется выражением $I_{M\xi}(n) = \begin{cases} 1,\ n=0, \\ 1,\ \xi(n) \geq 0, \\ 2 \cdot I_{M\xi}(n-1),\ \xi(n) < 0. \end{cases}$.

3.5. «k-агрессивная» стратегия

«k-агрессивная» стратегия является некоторым расширением метода мартингала – в случае выигрыша окупить не только прошлые проигрыши, но и получить доход в размере произведения количества игр на изначальную сумму ставки. Если первоначальная ставка x, тогда в случае проигрыша наша следующая ставка должна равняться $x + 2 \cdot x = 3x$, следующая $x + 3x + 3 \cdot x = 7x$, затем $x + 3x + 7x + 4 \cdot x = 15x$ и т.д. Методом математической индукции несложно показать, что на i-ом шаге размер ставки будет составлять $(2^i - 1) \cdot x$, а для возможности применения данной системы игрок должен обладать суммой в размере $(2^{k+1} - k - 2) \cdot x$. Назовем стратегию «$k$-агрессивной», если банкролл позволяет сделать k ставок по описанной выше схеме. Например, «3-агрессивная» стратегия означает, что начальный размер ставки составит $1/11$ часть банка; вероятность разорения при использовании такой стратегии составит $(1 - p)^3$. Соответствующие «3,4,5-агрессивным» стратегиям строки платежной матрицы (2.2) обозначим за X_5, X_6 и X_7. С учетом введенных обозначений, размер ставки в n-ой игре для «k-агрессивной» стратеги находится по формуле $x_{5,6,7}(n) = \dfrac{BR_0}{2^{k+1} - k - 2} \cdot I_{A\xi}(n-1)$, где $I_{A\xi}(n)$ отвечает за выигрыш по ставке и определяется выражением

$$I_{A\xi}(n) = \begin{cases} 1,\ n = 0, \\ 1,\ \xi(n) \geq 0, \\ 2 \cdot I_{A\xi}(n-1) + 1,\ \xi(n) < 0. \end{cases} .$$

3.6. стратегия «All-in»

Стратегия «All-in» или «Ва-Банк» подразумевает в каждой игре максимально возможную ставку (т.е. ставку размером в текущий банкролл). Соответствующую данной стратегии строку платежной матрицы (2.2) обозначим за X_8. С учетом введенных обозначений, размер ставки в n-ой игре для стратегии «All-in» находится по формуле $x_8(n) = BR(n-1)$.

4. Теоретическое исследование предложенных стратегий на малых игровых интервалах

В данном разделе статьи будут рассмотрены описанные в предыдущей части стратегии при различных значениях p для N последовательных игр. Всевозможные состояния, которые последовательно реализует природа, могут быть описаны булевым N-компонентным вектором $\overrightarrow{Q} = \{Q_{s1}, Q_{s2}, \ldots, Q_{sN}\}$, $Q_{si} \in \{Q_1, Q_0\}$. В силу независимости выбора природы от предыдущего ее состояния и при условии неизменной вероятности реализации каждого из них компоненты вектора возможного состояния природы представляют собой схему независимых повторных испытаний[6], а вероятность его возникновения может быть рассчитана, как произведение $p(\overrightarrow{Q}) = p^m \cdot (1-p)^{N-m}$, где m – количество состояний Q_1.

Рассчитаем показатели эффективности стратегий $\{X_1, \ldots, X_8\}$. Согласно критерию Байеса [5] каждая стратегия оценивается математическим ожиданием выигрыша игрока при применении данной стратегии. Вектор ожидаемого выигрыша для рассматриваемых стратегий имеет компоненты, вычисляемые по формулам

$$M[U_i] = \sum_{k=1}^{2^N} \left(\left(\sum_{j=1}^{N} (x_j \cdot (2Q_{sj}^k - 1)) \right) \cdot p(\overrightarrow{Q}^k) \right), \qquad (4.1)$$

где $\overrightarrow{Q}^k$ – вектор k-й уникальной реализации последовательных состояний природы из всевозможных ($k = \overline{1, 2^N}$); x_j – размер ставки, соответствующей стратегии X_i.

Выбор в качестве оптимального решения стратегии с максимальным ожидаемым выигрышем характеризует лицо безразличное к риску, т.к. при таком подходе не учитываются возможные отклонения от среднего выигрыша. Принимать математическое ожидание за средний выигрыш целесообразно лишь в том случае, когда принятие решения осуществляется многократно в одних и тех же условиях, но в общем случае делать выводы на результатах единичной ситуации вряд ли является правильным подходом к решению задачи. Поэтому необходимо анализировать стратегии, основываясь на дополнительных критериях, например с учетом отклонения значений выигрыша от среднего. В нашей задаче такой характеристикой будет являться вектор, компоненты которого находятся по формуле

$$D[U_i] = \sum_{k=1}^{2^N} \left(\left(\sum_{j=1}^{N} (x_j \cdot (2Q_{sj}^k - 1)) \right)^2 \cdot p(\overrightarrow{Q}^k) \right) - M^2[U_i]. \qquad (4.2)$$

Приведем результаты рассчета показателей эффективности рассматриваемых стратегий, для 3, 4 и 5 последовательных игр.

Таблица 1. Сценарий 3-х игр

X_i	$M[U_i]$	$D[U_i]$
X_1	$-1+2p$	$\frac{4}{3}(p-p^2)$
X_2	$\frac{1}{27}(-19+24p+24p^2+8p^3)$	$\frac{64}{729}(3p+12p^2+7p^3-$ $-15p^4-6p^5-p^6)$
X_3	$7-48p+144p^2-256p^3+$ $+288p^4-192p^5+64p^6$	$64(3p-36p^2+199p^3-$ $-672p^4+1551p^5-2597p^6+$ $+3264p^7-3120p^8+2240p^9-$ $-1152p^{10}+384p^{11}-64p^{12})$
X_4	$\frac{1}{7}(-7+20p-14p^2+4p^3)$	$\frac{2}{49}(69p-225p^2+286p^3-$ $-178p^4+56p^5-8p^6)$
X_5	$\frac{1}{11}(-11+34p-28p^2+8p^3)$	$\frac{4}{121}(101p-357p^2+492p^3-$ $-332p^4+112p^5-16p^6)$
X_8	$-1+8p^3$	$64(p^3-p^6)$

Отметим некоторые свойства $M[U_i](p)$ и $\sqrt{D[U_i](p)}$. Функция $M[U_i](p)$ проходит через точку $(0.5;0)$, возрастает на рассматриваемом промежутке $p \in [0.5;1]$; для различных X_i может отличаться характером выпуклости. Функция $\sqrt{D[U_i](p)}$ на отрезке $p \in [0.5;1]$ имеет не более одной точки максимума и проходит через точку $(1;0)$ (этот факт объясняется тем, что при $p=1$ величина U_i перестает быть случайной и превращается в константу). Заставляет обратить на себя внимание следующий факт: при фиксированном значении p стратегия, обладающая большим значением $M[U_i]$, также превосходит остальные по показателю $D[U_i]$, т.е. имеет место следующее утверждение:

$(\forall p* \in (0.5;1))(\forall i,j=\overline{1,8}):(M[U_i]>M[U_j]) \Leftrightarrow (D[U_i]>D[U_j])$.

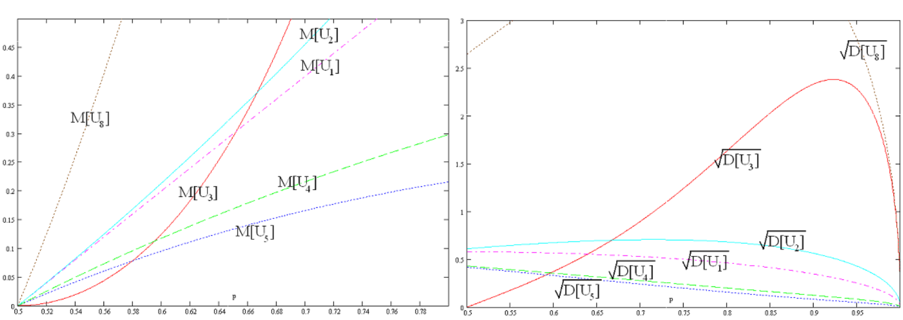

Рисунок 1. Графики $M[U_i]$ и $D[U_i]$ в серии 3-х игр

Обладая оценкой вероятности успеха, игрок может выбрать оптимальную для себя стратегию, используя полученные соотношения для $M[U_i]$ и $D[U_i]$. Поскольку в качестве показателей оптимальности выступают две величины, то для игрока доступны различные подходы для выбора стратегии: оптимальные по одному из критериев (максимальная $M[U_i]$ либо минимальная $D[U_i]$); стратегия с максимальным $M[U_i]$, для которой $D[U_i]$ не превосходит порогового значения или наоборот: стратегия с минимальным $D[U_i]$, для которой $M[U_i]$ не будет ниже заранее заданной величины и др. В силу того, что оптимальность подразумевает максимизацию математического ожидания прибыли и минимизацию ее дисперсии, уместно использовать следующие свертки по критериям: $K_/(i) = \dfrac{M[U_i]}{\sqrt{D[U_i]}}$ и $K_-(i) = M[U_i] - \sqrt{D[U_i]}$.

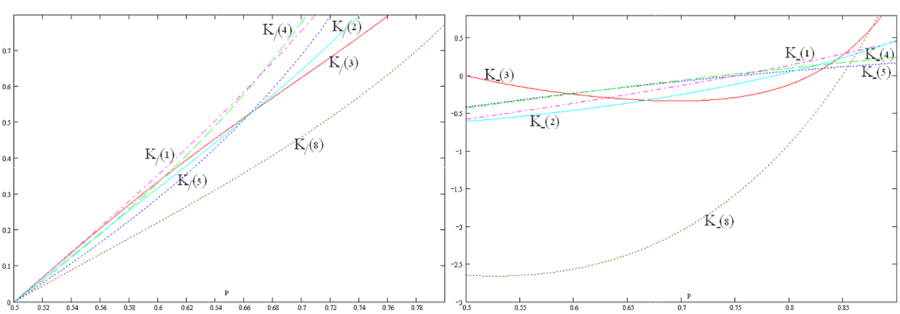

Рисунок 2. Оптимальность стратегий при свертке критериев в серии 3-х игр

Аналогичные свойства можно отметить для $M[U_i]$ и $D[U_i]$ в сериях из 4-х и 5-и игр. В рамках данной работы ограничимся тем, что выпишем в явном виде формулы математических ожиданий и дисперсий выигрышей при различных стратегиях, построим их графики, а также проведем свертки по критериям $K_/(i)$ и $K_-(i)$.

Таблица 2. Сценарий 4-х игр

X_i	$M[U_i]$	$D[U_i]$
X_1	$-1+2p$	$p-p^2$
X_2	$\frac{1}{256}(-175+216p+ +216p^2+96p^3+16p^4)$	$\frac{1}{4096}(729p+2673p^2+ +2412p^3-1574p^4-3024p^5- -1008p^6-192p^7-16p^8)$
X_3	$\frac{1}{15}(-15+53p- -62p^2+36p^3-8p^4)$	$\frac{1}{225}(731p-3427p^2+ +6876p^3-7716p^4+5312p^5- -2288p^6+576p^7-64p^8)$
X_4	$15-128p+512p^2- -1280p^3+2176p^4-2560p^5+ +2048p^6-1024p^7+256p^8$	$256(4p-62p^2+456p^3-2117p^4+ +6968p^5-17326p^6+33852p^7- -53263p^8+68352p^9-71680p^{10}+ +60928p^{11}-41216p^{12}+21504p^{13}- -8192p^{14}+2048p^{15}-256p^{16})$
X_6	$\frac{1}{13}(-13+49p- -62p^2+36p^3-8p^4)$	$\frac{1}{169}(629p-3077p^2+ +6412p^3-7436p^4+5248p^5- -2288p^6+576p^7-64p^8)$
X_8	$-1+16p^4$	$256(p^4-p^8)$

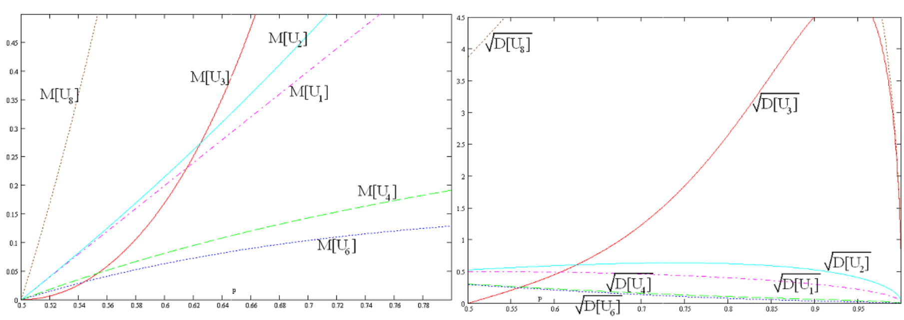

Рисунок 3. Графики $M[U_i]$ и $D[U_i]$ в серии 4-х игр

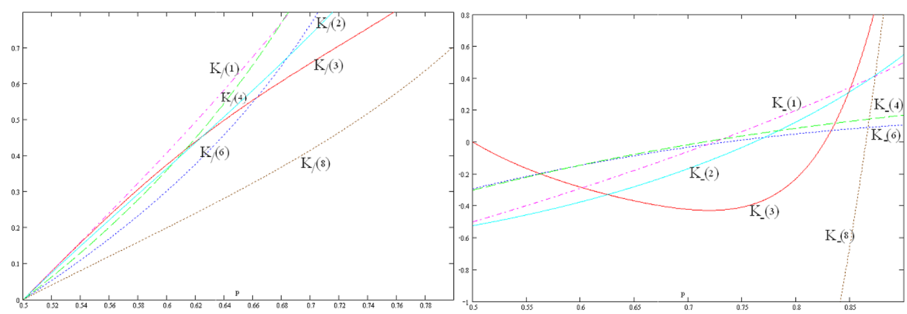

Рисунок 4. Оптимальность стратегий при свертке критериев в серии 4-х игр

Таблица 3. Сценарий 5-и игр

X_i	$M[U_i]$	$D[U_i]$
X_1	$-1+2p$	$p-p^2$
X_2	$\frac{1}{3125}(-2101+2560p+2560p^2+ +1280p^3+320p^4+32p^5)$	$\frac{1024}{9765625}(1280p+4480p^2+ +4640p^3-940p^4-4939p^5- -3360p^6-960p^7-180p^8- -20p^9-p^{10})$
X_3	$31-320p+1600p^2- -5120p^3+11520p^4-18944p^5+ +23040p^6-20480p^7+12800p^8- -5120p^9+1024p^{10}$	$256(20p-380p^2+3480p^3- -20460p^4+86844p^5-283860p^6+ +744120p^7-1607220p^8+ +2910980p^9-4466740p^{10}+ +5831680p^{11}-6474240p^{12}+ +6082560p^{13}-4792320p^{14}+ +3121152p^{15}-1643520p^{16}+ +675840p^{17}-204800p^{18}+ +40960p^{19}-4096p^{20})$
X_4	$\frac{1}{31}(-31+134p-222p^2+ +196p^3-88p^4+16p^5)$	$\frac{2}{961}(1869p-11502p^2+ +31688p^3-51662p^4+55423p^5- -40888p^6+20800p^7-7008p^8+ +1408p^9-128p^{10})$
X_7	$\frac{1}{57}(-57+258p-444p^2+ +392p^3-176p^4+32p^5)$	$\frac{4}{3249}(3477p-21866p^2+ +61339p^3-101467p^4+ +109989p^5-81616p^6+ +41600p^7-14016p^8+ +2816p^9-256p^{10})$
X_8	$-1+32p^5$	$1024(p^5-p^{10})$

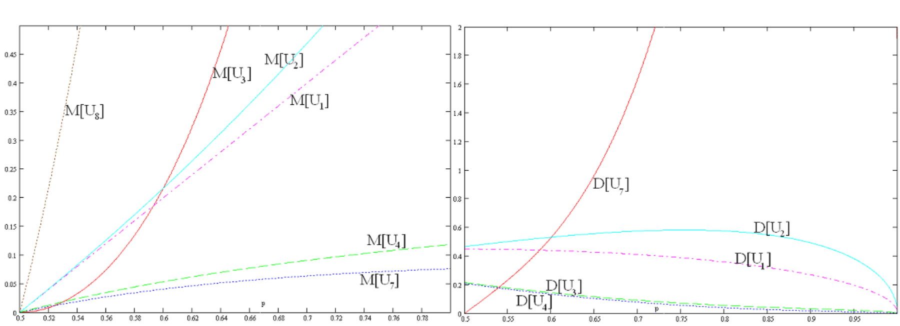

Рисунок 5. Графики $M[U_i]$ и $D[U_i]$ в серии 5-и игр

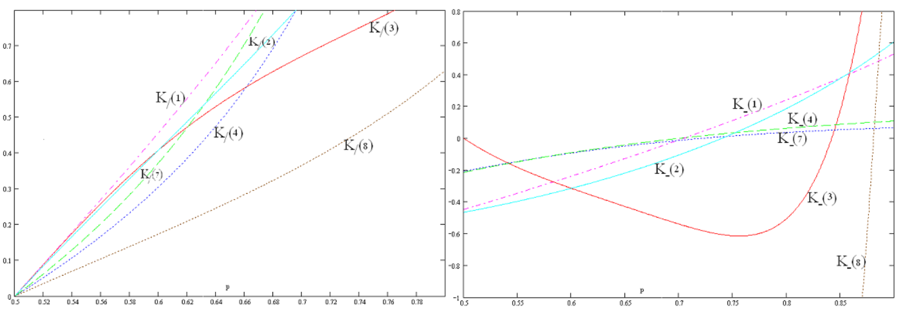

Рисунок 6. Оптимальность стратегий при свертке критериев в серии 5-и игр

5. Описание численного эксперимента

Для исследования эффективности предложенных стратегий при больших количествах игр предлагается следующий численный эксперимент. Генерируется последовательность из $N = 60$ псевдослучайных значений – 0 и 1, причем 1 соответствует тому, что псевдослучайное равномерно распределенное на отрезке [0;1) число меньше заданного p^*. Общее количество игр разбивается каждый раз на серии по 3, 4 и 5 игр. По сгенерированной последовательности проводится игра (1 соответствует выигрышу игрока, 0 - проигрышу) с применением стратегий, описанных в части 3 данной работы. Для каждой стратегии X_i из множества $\{X_1, ..., X_8\}$ находится значение U_i^* как средний выигрыш в серии. Случайно сгенерированные вектора состояний природы при тестовых значениях $p_1^* = 0,55$ и $p_2^* = 0,7$ приняли вид соответственно:

$\{101101100010110010110111100011111010001000101101011010100111\}$,
$\{111111111010110011110111100111111011001000111101011110100111\}$.

6. Результаты численного эксперимента

Для рассматриваемых стратегий вычислялась разность между эмпирическим значением U_i^* и теоретическим значением $M[U_i]$ и ее отклонение в % от ожидаемого значения. Основные результаты моделирования применения стратегий приведены в таблицах ниже.

Таблица 4. Разбивка по 3 игры (20 серий)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_8
$p_1^* = 0,55$						
U_i^*	$0,1$	$0,082$	$0,028$	$0,079$	$0,073$	$0,2$
$M[U_i]$	0,1	0,103	0,03	0,062	0,051	0,331
$\dfrac{U_i^* - M[U_i]}{M[U_i]}, \%$	0	$-20,9$	$-6,3$	$26,8$	$42,6$	$-39,6$
$p_1^* = 0,7$						
U_i^*	0,4	0,496	0,621	0,179	0,118	2,2
$M[U_i]$	0,4	0,456	0,561	0,216	0,166	1,744
$\dfrac{U_i^* - M[U_i]}{M[U_i]}, \%$	0	8,8	10,7	-17,3	-28,8	26,2

Таблица 5. Разбивка по 4 игры (15 серий)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_6	X_8
$p_1^* = 0,55$						
U_i^*	$0,1$	$0,085$	$0,037$	$0,071$	$0,067$	$0,067$
$M[U_i]$	0,1	0,104	0,041	0,043	0,035	0,464
$\dfrac{U_i^* - M[U_i]}{M[U_i]}, \%$	0	$-18,6$	$-8,7$	$65,4$	$90,5$	$-85,6$
$p_1^* = 0,7$						
U_i^*	0,4	0,467	0,823	0,16	0,123	3,267
$M[U_i]$	0,4	0,464	0,811	0,143	0,104	0,464
$\dfrac{U_i^* - M[U_i]}{M[U_i]}, \%$	0	0,7	2,2	11,9	18,3	604,0

Таблица 6. Разбивка по 5 игр (12 серий)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_7	X_8
$p_1^* = 0,55$						
U_i^*	$0,1$	$0,055$	$0,039$	$0,062$	$0,058$	-1
$M[U_i]$	0,1	0,104	0,051	0,029	0,023	0,611
$\frac{U_i^* - M[U_i]}{M[U_i]}, \%$	0	$-47,4$	$-22,9$	$113,2$	$154,3$	$-263,7$
$p_1^* = 0,7$						
U_i^*	0,4	0,421	0,855	0,105	0,079	1,667
$M[U_i]$	0,4	0,469	1,1	0,091	0,063	4,378
$\frac{U_i^* - M[U_i]}{M[U_i]}, \%$	0	-10,3	-22,2	15,2	25,3	-61,9

Чтобы не исключать случайного фактора, данный эксперимент проводился всего один раз. Наибольшие отклонения от ожидаемой прибыли наблюдались у стратегий с большой дисперсией. В некоторых случаях оценка прибыли была существенно ниже ожидаемой величины, а в одном случае (стратегия «All-in» при разбивке на серии из 5-и игр при $p^* = 0,55$) наблюдаемая прибыль и вовсе оказалась отрицательной.

Проведенный эксперимент подтверждает справедливость утверждения о том, что игрок, выбирая стратегию, должен руководствоваться не только принципом максимизации ожидаемой прибыли, но и учитывать возможные риски (отклонения от нее), осозновая, что стратегии с большим математическим ожиданием прибыли также имеют и большую дисперсию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. *Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных.* М.: Финансы и статистика, 1983.

2. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. *Теория вероятностей и прикладная статистика.* М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.

3. Архангельская Е.В. *Метод определения оптимальных стратегий в условиях риска* // Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире. 2014. N 5. С. 83–86.

4. Васин А.А., Морозов В.В. *Теория игр и модели математической экономики.* М.: МГУ, 2005.

5. Жуковский В.И., Солдатова Н.Г. *Гарантированные риски и исходы в игре с природой* // Проблемы управления. 2014. N 1. С. 14–26.

6. Кремер Н.Ш. *Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов.* М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.

7. Лабскер Л.Г. *О некоторой общей схеме формирования критериев оптимальности в играх с природой* // Вестник финансового университета. 2000. N 2. С. 71–78.

8. Лукашин Ю.П. *Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов.* М.: Финансы и статистика, 2003.

9. *Мартингейл. Метод мартингейла и антимартингейла* [Электронный ресурс] // pro-ts.ru: Профессиональная школа трейдинга. URL: http://pro-ts.ru/teoriya/upravlenie-kapitalom-foreks/55-martingejl-metod-martingejla-i-antimartingejla (дата обращения: 14.03.2014).

10. Садовин Н.С., Садовина Т.Н. *Основы теории игр.* Йошкар-Ола.: Мар. гос. ун-т., 2011.

11. Kelly J.L.Jr. *A New Interpretation of Information Rate* // Bell Systems Technical Journal. 1956. V. 35. P. 917–926.

CALCULATION OF EFFICIENCY INDICATORS OF SOME STRATEGIES IN GAMBLING

Mikhail V. Kryuchkov, National Research University «Higher School of Economics» - Perm branch, lecturer; Perm State National Research University, post-graduate student (mkryuchkov@hse.ru).
Sergey V. Rusakov, National Research University «Higher School of Economics» - Perm branch, professor; Perm State National Research University, Dr.Sc. (rusakov@psu.ru).

Abstract: This paper considers the case of making decisions under risk. The player is well-informed about all the possible states of nature, as well as the corresponding probabilities (or their statistical estimates) which help the nature implement the states. There is a finite number of games for the payoff matrix made. Moreover, its elements may vary depending on the outcome of each game. The paper offers some financial betting systems (strategies) such as a fixed bet, Kelly criterion, martingale method and some of its modifications. On small game intervals (3-5 games) there are calculations of performance indicators for these strategies. They are the calculations of performance indicators by Bayesian and the ones when the variance of winning is taken into consideration. In the final part of the paper the results of numerical experiments with elements of statistical modeling are given which allow us to give recommendations on the application of these strategies.

Keywords: games with nature, payoff matrix, Bayes criterion, empirical estimation.